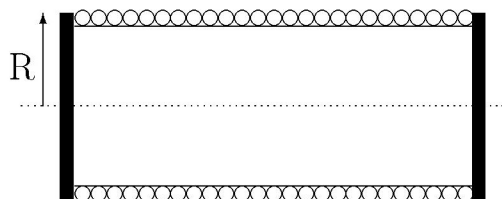


ЗАДАНИЕ ПО КОМПЛЕКТУ ПРЕДМЕТОВ
(ФИЗИКА, ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА)
ВАРИАНТ 47001 для 9, 10, 11 класса

Одна из легенд Северомуйского тоннеля рассказывает о бригадире-оптимизаторе Вениамине, у которого «кабель сам разматывался, а рельсы сами прокладывались». «С какой хотите силой толкните бобину» – говорил он – «и если кабель будет разматываться, то она разгонится до безобразия».

Попробуем смоделировать такой процесс.

Пусть на бобину (катушку без бортиков) радиуса $R = 0,75$ м намотан гибкий кабель (см. рис). Масса единицы длины кабеля равна $m = 1$ кг, длина кабеля равна $L = 100$ м. Бобина катится по инерции без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Кабель разматывается и ложится на плоскость. Пусть сначала, когда весь кабель был намотан на бобину, скорость центра бобины была равна $v = 0,1$ м/с. Пренебрегая радиусом поперечного сечения кабеля и массой бобины определите



- 1) во сколько раз изменится линейная скорость бобины, когда будет размотана четверть кабеля;
- 2) во сколько раз изменится линейная скорость бобины, когда будет размотана ровно половина кабеля;
- 3) сколько времени займет процесс разматывания половины кабеля.

Указание.

Для поиска ответа на 3-й вопрос рекомендуется перейти к дискретному времени. Это означает, что вместо непрерывного времени нужно использовать время, изменяющееся скачкообразно с некоторым шагом Δt , т.е. рассматривать только моменты времени, отстоящие от начального момента на $k \cdot \Delta t$ (k – произвольное натуральное число). Далее следует допустить, что между указанными моментами масса и скорость бобины не меняются, а все изменения происходят мгновенно в отмеченные моменты времени. Таким образом, весь процесс можно приближенно рассмотреть как последовательность равномерных движений. Понятно, что чем меньше будет значение шага дискретизации Δt , тем точнее будет расчет, т.е. тем меньше будет разница между «решением», полученным в ходе расчетов и точным решением исходной задачи. В данном случае предлагается подобрать такое значение Δt , чтобы в один из моментов времени бобина находилась в точке с координатой, отличающейся от $\frac{L}{2}$ не более, чем на 0,1.

Ответ.

Зависимость скорости u от положения центра бобины x (которое совпадает по значению с длиной размотанной части кабеля) описывается формулой

$$u(x) = \sqrt{\frac{Lv^2 + gRx}{L-x}}.$$

Из нее получаем, что $u(L/4) = 1.57$, $u(L/2) = 2.72$.

При шаге $\Delta t = 0.1$ можно попасть в точку $\frac{L}{2}$ с указанной точностью за 449 шагов.

Окончательно получаем

- 1) увеличится примерно в 15.7 раз;
- 2) увеличится примерно в 27.2 раза;
- 3) процесс займет 44.9 секунд.