

11 класс, вариант 17111, задача 1

Финансовый аналитик энергетической компании после сложных расчетов с применением математических методов вычислил, что прибыль компании за 2016 год составила S миллионов рублей, где

$$S = \lg(10^4 \operatorname{tg} 2017^\circ) + \lg(10^5 \operatorname{tg} 2018^\circ) + \dots + \lg(10^{20} \operatorname{tg} 2033^\circ).$$

Совет директоров не удовлетворился этими сведениями и попросил аналитика указать не формулу вычисления S , а результат, т. е. конкретное число. Через 11 минут число S было получено. Каково оно?

Ответ: $S = 204$.

11 класс, вариант 17111, задача 2

На тепловой электростанции запас газа ежемесячно меняется следующим образом. Если в текущем месяце запас равен x м³, то в следующем месяце он будет равен $c - 2x$ м³. Может ли запас газа оказаться одинаковым в какие-то два различных месяца? Если это возможно, то какое значение имеет запас, одинаковый для двух разных месяцев?

Ответ: для любых двух различных месяцев возможен одинаковый запас газа, он равен $x = c/3$ м³.

11 класс, вариант 17111, задача 3

Окружность S_1 , которая касается параболы $y = x^2$ в ее вершине, имеет диаметр 1. Каждая из последующих окружностей S_2, S_3, S_4, \dots касается внешним образом предыдущей окружности и ветвей параболы. Найдите радиус окружности S_{2017} .

Ответ: радиус равен 2016,5.

11 класс, вариант 17111, задача 4

Про положительные числа a, b, c известно, что $a^2 + b^2 + c^2 = 6abc$. Найдите наименьшее значение выражения $a + b + c$.

Ответ: наименьшее значение равно $3/2$.

11 класс, вариант 17111, задача 5

Для каждого натурального $n > 1$ пусть $S(n)$ означает число решений уравнения $\sin nx = \sin x$ на интервале $[0, \pi]$. Найдите явный вид зависимости $S(n)$ от n и определите, сколько раз $S(n)$ принимает значение 2017.

Ответ:

$$S(n) = \begin{cases} n + 1, & n \not\equiv 1 \pmod{4}, \\ n, & n \equiv 1 \pmod{4}; \end{cases} \quad \text{значение 2017 принимается 2 раза.}$$