

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 7101 для 10 класса

1. В стране «Энергетика» 150 заводов и некоторые из них соединены автобусными маршрутами, которые не останавливаются нигде, кроме этих заводов. Оказалось, что любые четыре завода можно разбить на две пары так, что между заводами каждой пары ходит автобус. Найдите наименьшее число пар заводов, которые могут быть соединены автобусными маршрутами.

**Ответ:** 11025.

2. Для числовой последовательности  $x_0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots$  выполняются соотношения  $2x_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1} - x_n$  при всех  $n = 1, 2, \dots$ . Найдите каждый член  $x_n$  такой последовательности.

**Ответ:**  $x_n = x_0 \frac{4^{n-1}}{3^n}$  при  $n \geq 1$ ,  $x_0$  – любое.

3. Шесть чисел записаны в ряд. Известно, что среди них есть единица и любые три соседних числа имеют одинаковое среднее арифметическое. Найдите максимальное значение среднего геометрического любых трех соседних в этом ряду чисел, если среднее арифметическое всех 6 чисел равно  $A$ .

**Ответ:**  $\sqrt[3]{(3A-1)^2/4}$ .

4. Дан квадратный трехчлен  $g(x) = x^2 + ax + b$ , имеющий ровно один корень. Найдите коэффициенты  $a$  и  $b$ , если известно, что и многочлен  $g(x^5 + 2x - 1) + g(x^5 + 3x + 1)$  имеет ровно один корень.

**Ответ:**  $a = 74$ ,  $b = 37^2 = 1369$ .

5. Имеется 4 числа, не все из которых одинаковы. Если взять любые два из них, то отношение суммы этих двух чисел к сумме двух других чисел будет равно одному и тому же значению  $k$ . Найдите значение  $k$ . Укажите хотя бы одну четверку чисел, удовлетворяющих условию. Опишите все возможные четверки таких чисел и выясните, сколько их.

**Ответ:**  $k = -1$ ,

Все возможные четверки описываются соотношениями:

$$x_1 = A, \quad x_2 = B, \quad x_3 = C, \quad x_4 = -A - B - C,$$

где  $A, B, C$  – произвольные числа, но такие, что  $(A + B)(B + C)(C + A) \neq 0$ . Их количество бесконечно.

В качестве примера четверки чисел можно привести любую, удовлетворяющую описанию, например  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = -6$ .