

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 7091 для 9 классов

1. 100 сотрудников энергетической компании пользуются сетью Монолайн, а 200 сотрудников – сетью Громофон. За внутрисетевой звонок Монолайн берёт 43 копейки, а Громофон меньше, но целое число копеек. За звонок в другую сеть стоимость возрастает в 3 раза. Все входящие звонки бесплатные. В течение дня каждый сотрудник звонит каждому по одному разу и от каждого один раз получает встречный звонок. Сколько стоят звонки с Громофона, если его ежедневные доходы с компании более чем на десять тысяч рублей превышают доходы Монолайна?

2. Наземный клапан подземного газохранилища огражден деревянным забором в виде окружности, разделенной 5 кирпичными столбами на 5 дуг. Требуется раскрасить деревянные части забора так, чтобы каждая дуга была бы одного цвета, а любые две соседние дуги имели разные цвета. Какое минимальное число цветов достаточно? Сколькими способами можно это сделать, используя минимальное число цветов?

3. На шахматную доску поставили шашки так, что во всех горизонтальных рядах число шашек различно (цвет шашек и клеток при этом не имеет значения). Возможно ли, что в каждой вертикальной колонке число шашек не равно числу шашек ни на одной из горизонталей? Что изменится, если 64-клеточную доску заменить на 100-клеточную?

4. Для положительных чисел x , y , z заданы значения $xyz = 1$, $x + \frac{1}{z} = 5$, $y + \frac{1}{x} = 29$. Найдите значение $z + \frac{1}{y}$.

5. На доске написано 15 различных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 8 чисел делятся на 7, а 10 чисел делятся на 11. Докажите, что среди них есть число, большее 220.

6. Целой частью $[x]$ произвольного числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \leq x$. Найдите все натуральные значения n , при которых разрешимо уравнение $[x^n - 1] = \frac{x}{2}$. Для каждого найденного значения n укажите все решения x .

7. В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD диагонали AC и BD перпендикулярны. Сравните величины $BC \cdot AD$ и $AB \cdot CD$.

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 7092 для 9 классов

1. Распределительная подстанция связана линиями электропередач с несколькими предприятиями. Известно, что среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М. А среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П. Может ли число всех линий быть меньше пяти? Если оно не меньше пяти, то найдутся ли среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П?
2. Треугольник вращается в своей плоскости. Через какую точку должна проходить ось вращения, чтобы площадь образованной при этом фигуры была наименьшей?
3. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет ровно один корень. Положим $T(x) = x^2 + px + q$. Известно, что уравнение $T(T(T(x))) = 0$ имеет ровно три различных корня. Найдите их.
4. После полудня прошло целое число минут, и при этом угол между часовой и минутной стрелками составляет ровно 2° . Какое время показывают часы, если такое событие произошло впервые после полудня?
5. В городе N три банка. Известно, что вклад, размещенный в одном из них (неизвестно, в каком), через год удвоится, в другом (тоже неизвестно, в каком) – утроится, а один из банков (неизвестно, какой из трех) разорится и вкладчик потеряет свои деньги. У Ивана Ивановича есть 600000 рублей. Он хочет рискнуть и разместить свои деньги в банках на год. Как ему разложить деньги по банкам, чтобы при самом плохом ходе событий получить максимально возможный доход (некоторую сумму он может оставить и дома)? Какую сумму в этом случае он получит на руки через год?
6. Состоятельный господин Сыр Жуй, большой поклонник Фэн-шуй, владеет парком, представляющим собой прямоугольный треугольник с острым углом $\alpha = \frac{11}{24}\pi$ и гипотенузой длиной 640 м и желает устроить в нем лабиринт аллей. Для этого прокладываются аллеи, идущие вдоль медианы и высоты, проведенных из прямого угла. Эти аллеи вместе с отсекаемой частью гипотенузы образуют новый прямоугольный треугольник. В нем из прямого угла снова прокладываются аллея-высота и аллея-медиана и т.д. Найдите длину аллеи-гипотенузы 5-го треугольника и площадь 5-го треугольника.
7. Весной 1945 года контрразведчики гестапо с 4 радиостанций, расположенных в вершинах квадрата на территории Берлина, зафиксировали в некоторый момент работу советского радиопередатчика. Штирлиц проявил инициативу и доложил Мюллеру, что расстояния от точек прослушивания до передатчика составили 1, 9, 4 и 5 км. Должен ли Мюллер верить такому сообщению?