

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 73991 для 9 класса

Для заданий 1,3-5 требуется разработать алгоритмы на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке

Век стоит Русь не шатается и века простоит не пошатнётся. Да приключилась новая напасть с землёй Русской. Решил Князь на царевне заморской жениться – на Шемаханской Царице.

1. Дабы узаконить сие действие, надобно закон подходящий найти. Пошли бояре по приказу Князя в библиотеку, а там Моисей систему поиска информации по трём знакам придумал. Каждый знак состоит из нескольких одинаковых черт, которые располагаются по сторонам прямоугольного шаблона (см. рисунок). Да только ограничил его в финансах Юлий и нет возможности поставить полноценную систему анализа знаков. На каждую черту требуется один датчик, показывающий прочерчена или не прочерчена черта. Достать бояре обещали датчики, но только минимальное количество, необходимое для работы системы поиска информации, придуманной Моисеем. Сколько датчиков необходимо добыть боярам для работы системы? Ответ обоснуйте.

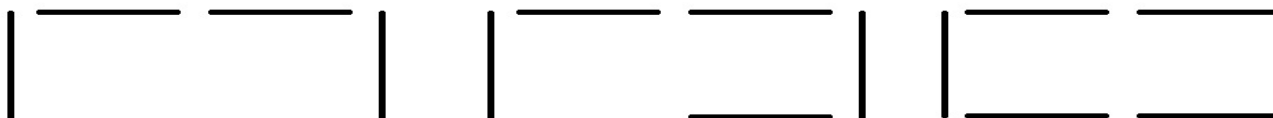


Схема решения. Для распознавания трёх объектов достаточно рассматривать две черты, т.к. будут существовать четыре комбинации прочерчена/не прочерчена. Но необходимо выбрать черты, которые различны в разных знаках. Поэтому левая и верхние не подходят для распознавания, т.к. они одинаковы во всех знаках. Также не подходит пара из нижней левой и правой черт, т.к. они одинаковы в первых двух знаках. Остаются две пары: нижняя правая и правая или две нижние.

2. Услышав о намерениях Князя жениться, Юлий помчался к богатырям за помощью, да только Ворон – помощник Шемаханской Царицы, препятствие ему в дороге учинил. Посадил сфинкса на дороге к богатырям. Встретил его Юлий и получил задачу: «Найти систему из четырёх гирь, таких, чтобы, используя их по одной каждого веса, можно было взвешивать любой груз Q (целое число кг) в диапазоне от 1 до 40 кг. При этом гири могут быть помещены на обе чаши весов. Первая чаша содержит взвешиваемый груз Q , вторая чаша свободна от груза». Помогите Юлию решить эту задачу (укажите 4 веса), чтобы пройти сфинкса и добраться до богатырей.

Схема решения. Для каждой гири существует три варианта использования – положить гирю на одну чашу весов, положить гирю на другую чашу весов, не использовать гирю. Поэтому для формирования значения, соответствующего весу груза, можно использовать троичную систему счисления. Тогда каждая гиря должна иметь вес, равный значению 3 в некоторой степени, аналогично тому, как в позиционной системе счисления цифра, находящаяся в k -ом разряде (k отсчитывается с 0 справа налево), имеет вес, равный основанию системы счисления в k -от степени. Таким образом, нужны гири весом $3^0, 3^1, 3^2$ и 3^3 , т.е. 1, 3, 9 и 27. Для взвешивания груза весом до 40 кг их будет достаточно. Значения веса будут формироваться следующим образом:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 2 &= 3 - 1 \text{ (гири кладутся на разные чаши весов)} \\ 3 &= 3 \\ 4 &= 3 + 1 \\ 5 &= 9 - 3 - 1 \\ 6 &= 9 - 3 \\ 7 &= 9 - 3 + 1 \\ 8 &= 9 - 1 \\ 9 &= 9 \\ &\dots \\ 40 &= 27 + 9 + 3 + 1 \end{aligned}$$

3. А в это время собрала Шемаханская Царица красавиц со всей земли Русской и заставила их плакать чистейшими слезами, а чтобы не сбежали они, она их заперла в башне и замок на дверь кодированный повесила. Прознали о том Бабка с Тихоном да освободить красавиц решили.

Подслушав разговор Царицы и Ворона они узнали, что кодом является четырнадцатизначное число $A = \overline{20xz9yx2019xu1}$ и делится оно нацело на двузначное число \overline{yx} . От последней встречи с цыганами осталась у Тихона чудо-машина, что программируется и ответ сама выдаёт. Помогите Тихону с Бабкой составить алгоритм для нахождения всех возможных троек цифр (x, y, z) , чтобы открыть замок и спасти красавиц.

Схема решения. Поскольку число A заканчивается на 1, оно может делиться только на число, которое заканчивается на 1, 3, 7 или 9, т.е. x может быть равно 1, 3, 7 или 9. Тогда для решения задачи организуем цикл для x , равного 1, 3, 7 и 9, для каждого x организуем цикл для всех значений y от 0 до 9, для каждого y организуем цикл для всех значений z от 0 до 9, и для каждой тройки (x, y, z) проверим делится ли число $A = \overline{20xz9yx2019xu1}$ на число \overline{yx} .

4. Дошла до богатырей весть, что неладно в Киеве, пустились они в путь, а дорогу срезать решили через пещеру. Да запер их там Ворон, а все попытки вырваться из пещеры были безуспешны. Явился богатырям заскучавший Дух и предложил поиграть с ним. Если богатыри выиграют, то обещал их выпустить напрямик к воротам Киева. Согласились богатыри и стали над загадкой Духа думать: «Есть N камней красного, жёлтого и зелёного цветов, которые выложены в линию. Вам необходимо переместить все красные камни в начало линии, а зелёные – в конец. При этом требуется обеспечить число действий менее $4N$ ». Помогите богатырям обыграть Духа, чтобы выбраться из пещеры по пасты в Киев. Действиями считаются перекладывание камня и сравнение цветов двух камней.

Схема решения. Необходимо подсчитать количество камней каждого цвета. После это выложить красные камни в нужном количестве, затем жёлтые камни в нужном количестве и затем зелёные камни в нужном количестве. *Примечание.* В принципе, богатыри могут ничего и не считать (если не умеют). Просто надо собрать все камни в одну кучу (или лучше в три) и затем выложить, как требуется.

5. Окружили богатыри Шемаханскую Царицу и посадили её в седьмую камеру, да замок кодированный активировали. Довольный Князь велел пир организовать, да остудил его пыл Тихон, сказав: «Так это, Княже, весь Киев знает как из седьмой камеры тикать». И рассказал Тихон, что код, который запирает седьмую камеру, состоит из трёх целых чисел a, b, c и четвёртого натурального числа m . Но надёжным этот код будет только если a, b и c являются коэффициентами уравнения $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, у которого есть решение в множестве Z_m всех остатков от деления натуральных чисел на фиксированное натуральное число m . В Z_m определены операции сложения и умножения по модулю m : два числа складываются (умножаются) и берётся остаток от деления суммы (произведения) на m (например, в Z_5 имеем: $2 + 4 = 1$, $2 * 4 = 3$ и т.п.). Помогите Тихону составить алгоритм для чудо-машины (той, что осталась у Тихона от последней встречи с цыганами), проверяющий есть ли решения для квадратного уравнения $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ в множестве Z_m , чтобы выяснить надёжный ли код ввёл Князь, запирая Шемаханскую Царицу в седьмой камере.

Схема решения – 1 способ. Можно решать квадратное уравнение обычным способом (выполняя при этом сложение и умножение по правилам, указанным в задании), только проверять, чтобы дискриминант был целым числом, корень из него также был целым числом и результат деления был целым числом. Также надо проверить, что корень попал в диапазон от 0 до $m - 1$.

Схема решения – 2 способ. Можно перебрать все целые числа из диапазона от 0 до $m - 1$ и проверить, является ли какое-либо число корнем квадратного уравнения. Сложение и умножение при этом выполняются по правилам, указанным в задании.