

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 32881

1. Две цепочки составлены из одинаковых круглых колец. В первой цепочке на пять колец меньше. В вытянутом состоянии длина первой цепочки 30 мм, второй – 50 мм. Сколько колец содержит каждая цепочка?
2. Числа x_1, \dots, x_n связаны условиями $x_1 = a^n$, $x_1 x_3 = x_2^2$, $x_2 x_4 = x_3^2$, \dots , $x_{n-2} x_n = x_{n-1}^2$, $x_n = b^n$, $b > a > 0$. Найдите формулу, задающую числа x_k при $k=2, \dots, n-1$. Найдите формулу для суммы $x_1 + \dots + x_n$, если $a=1$, $b=2$, и примените её при $n=12$.
3. Найдите все натуральные n такие, что число $n^5 - n$ кратно 12. Для каких из них это число кратно 36?
4. Два насоса имеют производительность p_1 и p_2 . Каждый из них, работая по отдельности, наполняет резервуар не дольше одного часа, но и не быстрее, чем за полчаса. Производительность p_2 не меньше p_1 , но не превосходит $2p_1$. Если t_1 – время заполнения первым насосом объёма p_2 , а t_2 – время заполнения вторым насосом объёма p_1 , то в каких пределах находится разность $t_1 - t_2$? При каком соотношении между p_1 и p_2 эта разность принимает наименьшее и наибольшее значения?
5. Расставьте по окружности 9 чисел, сумма которых равна 60, так, чтобы каждое число равнялось модулю разности двух предыдущих чисел, стоящих перед ним по часовой стрелке. Найдите все решения (с точностью до поворота) и докажите, что других нет. (Модулем неотрицательного числа является оно само, модулем отрицательного числа x называется число $-x$.)

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 33881

1. Дано уравнение в целых числах.

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 3$$

с n неизвестными. Найдите число его решений.

2. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число n такое, что $n \leq x$, например, $[10] = 10$, $[9,93] = 9$, $[\frac{1}{9}] = 0$, $[-1,7] = -2$. Найдите все решения уравнения $[4x-3] = x/3 + 12$ или докажите, что решений нет.

3. Найдите все натуральные n такие, что число $n^5 - n$ кратно 12. Для каких из них это число кратно 36 ?

4. Два насоса имеют производительность p_1 и p_2 . Каждый из них, работая по отдельности, наполняет резервуар не дольше одного часа, но и не быстрее, чем за полчаса. Производительность p_2 не меньше p_1 , но не превосходит $2p_1$. Если t_1 – время заполнения первым насосом объёма p_2 , а t_2 – время заполнения вторым насосом объёма p_1 , то в каких пределах находится разность $t_1 - t_2$? При каком соотношении между p_1 и p_2 эта разность принимает наименьшее и наибольшее значения?

5. Две цепочки составлены из одинаковых круглых колец. В первой цепочке на два кольца больше. В вытянутом состоянии длина первой цепочки 53 мм, второй – 43 мм. Найдите число колец в каждой цепочке, внутренний диаметр каждого кольца и диаметр проволоки, из которой сделаны эти кольца.