

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ ВАРИАНТ 7092 для 9 классов

1. Рассмотрим систему счисления, в которой основанием с.с. являются факториалы. N -разрядное число является суммой факториалов N первых натуральных чисел. Пример. $4321_f = 4 \cdot 4! + 3 \cdot 3! + 2 \cdot 2! + 1 \cdot 1! = 119_{10}$. Является ли она позиционной? Ответ аргументировать.

2. Как Вы знаете, этой осенью в нашей стране опять произошел перевод часов. Чтобы избежать ошибок при смене часовых поясов, все часы в компьютере могут работать на GMT (универсальном времени по Гринвичу). Часовых поясов много (от GMT-12 до GMT+14), стран с переводом часов тоже много. Какие-то страны вообще не переводят время. Ставится задача: определить местное время в заданной стране в заданном часовом поясе. Разработайте схему хранения данных, с использованием которой можно решить поставленную задачу наиболее оптимально.

3. В криптографической системе с открытым ключом RSA используется функция Эйлера $\omega(p)$, значением которой является количество остатков от деления на p , взаимно простых с p . Взаимно простыми являются целые числа, наибольший общий делитель которых равен 1. Разработайте алгоритм для вычисления значения функции Эйлера от задаваемого целого числа.

Примеры

Входные данные	Результат работы
4	2
10	4
11	10

4. Даны целые неотрицательные числа M и N , количество разрядов которых может быть велико. Разработайте алгоритм для нахождения величины N^M . Ограничение: длина чисел $0 \leq N, M \leq 1000$ цифр.

5. В одном доме с Игорем живет пенсионер Сергей Петрович, который в силу возраста страдает склерозом. В частности, он забывает почтовый индекс своего дома. Однако при этом он помнит, что он не менее чем пятизначный и содержит не более 8 цифр, он делится на 7 и 11. Разработайте алгоритм, который находит возможные варианты индекса.

6. Машинным эпсилон ε_M является наименьшее положительное число ε такое, что при расчете на компьютере $1 + \varepsilon_M \neq 1$. Объясните, как возможно при сложении числа и единицы получить в результате 1 и предложите алгоритм вычисления ε_M .

7. Разработайте алгоритм, который определяет (в порядке убывания) номера разрядов, содержащих цифру 4 в десятичной записи числа **44!**.

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ ВАРИАНТ 7093 для 9 классов

1. Рассмотрим систему счисления, в которой основанием с.с. являются числа Фибоначчи. Алфавитом этой системы счисления являются цифры 0 и 1. В записи числа в фибоначчиевой системе не могут стоять две единицы подряд. Пример. Покажем, как записывать числа в фибоначчиевой системе счисления:

$$37_{10} = 34 + 3 = 1*34+0*21+0*13+0*8+0*5+1*3+0*2+0*1 = 10000100_{\text{Fib}};$$

$$25_{10} = 21 + 3 + 1 = 1*21+0*13+0*8+0*5+1*3+0*2+1*1 = 100101_{\text{Fib}}.$$

Является ли с.с. позиционной? Ответ аргументировать.

2. Как Вы знаете, для представления чисел в ЭВМ используют двоичную систему счисления. В чем ее преимущества и недостатки? Почему не пользуются «классической» десятичной с.с.? Есть ли еще какие-нибудь с.с., которые целесообразно использовать при работе на компьютере? Если есть – то зачем их использовать?

3. Для проверки, является ли большое целое простым, может использоваться вероятностный тест Миллера-Рабина. Пусть $p > 2$ – простое число. Представим число $p-1$ в виде $p-1 = 2^s \cdot d$, где d – нечётное число. Тогда для любого a из $\{1, 2, \dots, p-1\}$ выполняется одно из условий:

1. $a^d \equiv 1 \pmod{p}$

2. Существует $r, 0 \leq r \leq s-1$, для которого $a^{k \cdot d} \equiv -1 \pmod{p}$, где $k=2^r$.

В тесте Миллера-Рабина эти проверки выполняются для t случайно выбираемых a .

Разработайте алгоритм проверки вводимого числа на простоту по тесту Миллера-Рабина.

Значение величины t считать исходными данными.

Примеры

Входные данные	Результат работы
2047	Вероятно простое
2043	Составное
2039	Вероятно простое

4. Найти все числа N из диапазона $N1 < N \leq N1 + 50$, которые представляются суммой четырех квадратов натуральных чисел не единственным образом и которые имеют на заданном диапазоне наименьшее количество таких представлений.

5. В стране Котории король Самодур посадил в тюрьму графа Умноедова. Тюрьма была построена при короле Знаетеле, и из каждой камеры можно было выйти, если собрать головоломку на двери. Разработав алгоритм, помогите графу выйти из камеры! (цифры заменены звездочками).

$$\begin{array}{r}
 * 1 * \\
 \times \\
 3 * 2 \\
 \hline
 * 3 * \\
 3 * 2 * \\
 * 2 * 5 \\
 \hline
 1 * 8 * 3 *
 \end{array}$$

6. Разработайте алгоритм для перевода целого числа kx из системы счисления с основанием q ($2 \leq q \leq 16$) в десятичную систему счисления. Входные и выходные данные являются строкой текста.

7. Школьник Валера увлекается арифметикой. Ему попала задача: найти все четверки простых чисел до 500000, принадлежащие одному десятку. Разработайте наиболее эффективный алгоритм, который решает поставленную задачу.