

**ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**ВАРИАНТ 7101 для 10 классов**

- 100 сотрудников энергетической компании пользуются сетью Монолайн, а 200 сотрудников – сетью Громофон. За внутрисетевой звонок Монолайн берёт 43 копейки, а Громофон меньше, но целое число копеек. За звонок в другую сеть стоимость возрастает в 3 раза. Все входящие звонки бесплатные. В течение дня каждый сотрудник звонит каждому по одному разу и от каждого один раз получает встречный звонок. Сколько стоят звонки с Громофона, если его ежедневные доходы с компании более чем на десять тысяч рублей превышают доходы Монолайна?
- Наземный клапан подземного газохранилища огражден деревянным забором в виде окружности, разделенной 5 кирпичными столбами на 5 дуг. Требуется раскрасить деревянные части забора так, чтобы каждая дуга была бы одного цвета, а любые две соседние дуги имели разные цвета. Какое минимальное число цветов достаточно? Сколькими способами можно это сделать, используя минимальное число цветов?
- Карта города разделена вертикальными и горизонтальными прямыми на  $n^2$  областей, условно называемых «квадратами» и расположенных в  $n$  горизонтальных рядах и  $n$  колонок. В каждом «квадрате» располагают или не располагают одну трансформаторную подстанцию. Во всех рядах число подстанций различно. Может ли при этом число подстанций в каждой колонке не совпадать ни с одним числом подстанций в ряду? Если это возможно не всегда, то при каких условиях?
- Для положительных чисел  $x$ ,  $y$ ,  $z$  заданы значения  $xyz + \frac{1}{xyz} = a$ ,  
 $x + \frac{1}{y} = b$ ,  $y + \frac{1}{z} = c$ . Выразите через  $a$ ,  $b$  и  $c$  значение  $z + \frac{1}{x}$ .
- На доске написано 15 различных натуральных чисел. Оказалось, что среди них 8 чисел делятся на 7, а 10 чисел делятся на 11. Докажите, что среди них есть число, большее 220.
- Целой частью  $[x]$  произвольного числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Решите неравенство  $[\cos^2(x+2)] \geq \frac{x}{\pi}$ .
- В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AB$  и  $CD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. Сравните величины  $BC+AD$  и  $AB+CD$ .

**ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ**  
**ВАРИАНТ 7102 для 10 классов**

1. Распределительная подстанция связана линиями электропередач с несколькими предприятиями. Известно, что среди любых трех линий обязательно есть одна, идущая на некоторое предприятие города М. А среди любых четырех обязательно есть линия, ведущая на какое-либо предприятие поселка П. Может ли число всех линий быть меньше пяти? Если оно не меньше пяти, то найдутся ли среди любых пяти линий такие, которые не ведут ни в М, ни в П?
2. Найдите все значения  $x$ , при которых величины  $\operatorname{tg} x$  и  $\operatorname{tg} 2x$  являются целыми числами.
3. Уравнение  $x^2 + px + q = 0$  имеет ровно один корень. Положим  $T(x) = x^2 + px + q$ . Известно, что уравнение  $T(T(T(x))) = 0$  имеет ровно три различных корня. Найдите их.
4. После полудня прошло целое число минут, и при этом угол между часовой и минутной стрелками составляет ровно  $2^\circ$ . Какое время показывают часы, если такое событие произошло впервые после полудня?
5. В городе N три банка. Известно, что вклад, размещенный в одном из них (неизвестно, в каком), через год удвоится, в другом (тоже неизвестно, в каком) – утроится, а один из банков (неизвестно, какой из трех) разорится и вкладчик потеряет свои деньги. У Ивана Ивановича есть 600000 рублей. Он хочет рискнуть и разместить свои деньги в банках на год. Как ему разложить деньги по банкам, чтобы при самом плохом ходе событий получить максимально возможный доход (некоторую сумму он может оставить и дома)? Какую сумму в этом случае он получит на руки через год?
6. Состоятельный господин Сыр Жуй, большой поклонник Фэн-шуй, владеет парком, представляющим собой прямоугольный треугольник с острым углом  $\alpha = \frac{11}{24}\pi$  и гипотенузой длиной 640 м и желает устроить в нем лабиринт аллей. Для этого прокладываются аллеи, идущие вдоль медианы и высоты, проведенных из прямого угла. Эти аллеи вместе с отсекаемой частью гипотенузы образуют новый прямоугольный треугольник. В нем из прямого угла снова прокладываются аллея-высота и аллея-медиана и т.д. Найдите длину аллеи-гипотенузы 5-го треугольника и площадь 5-го треугольника.
7. Пьедестал олимпиады "Последняя надежда математики" состоит из трех ступеней. В вертикальном разрезе он представляет собой три примыкающих один к другому прямоугольника, длины которых образуют арифметическую прогрессию, а высоты – геометрическую. Площади прямоугольников равны соответственно 15, 60, 180  $\text{дм}^2$ , а их общая длина составляет 30 дм. Найдите размеры пьедестала, учитывая, что ступень с наименьшей длиной имеет и наименьшую высоту.