

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17111 для 11 класса

1. Рассматривается многочлен

$$a^2x^4 + 2abx^3 + (2ac + b^2)x^2 + 2bcx + c^2,$$

в котором коэффициент c и сумма $a + b + c$ — нечетные целые числа. Могут ли корни такого многочлена быть целыми числами?

Ответ. Не могут.

2. Точка A лежит внутри острого угла. Через эту точку проведена прямая, отсекающая от угла треугольник наименьшей площади. Выясните, в каком отношении точка A делит отрезок этой прямой, заключенный внутри угла?

Ответ. Делит ровно пополам.

3. Функция $F(x) = x^2 + px + q$ имеет ровно один вещественный корень, а функция $F(F(F(x)))$ — ровно три вещественных корня. Найдите все эти корни.

Ответ. $x_1 = 1$, $x_{2,3} = 1 \pm \sqrt{2}$.

4. Зная, что $2021 = 43 \cdot 47$, решите в целых числах уравнение с двумя неизвестными

$$40(x + y) + xy = 421.$$

Ответ. 8 пар: $(3; 7)$, $(7; 3)$, $(-39; 1981)$, $(1981; -39)$, $(-41; -2061)$, $(-2061; -41)$, $(-83; -87)$, $(-87, -83)$.

5. Напряженность электрического поля в точке (x, y) описывается функцией

$$E(x, y) = \left(\frac{20}{21}\right)^{x^2+y^2}.$$

Найдите максимальное значение напряженности в области, задаваемой неравенствами

$$|ax + y| \leq b, \quad |ax - y| \geq b,$$

где a и b — фиксированные вещественные числа.

Ответ. Если $b < 0$, то ф-я f не определена. Если $b \geq 0$, то

$$E_{max} = \left(\frac{20}{21}\right)^{\frac{b^2}{a^2+1}}.$$