

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17091 для 9 класса

1. Пусть четырехзначные числа  $n$ ,  $k$ ,  $m$  обозначают различные годы XXI века, отличающиеся друг от друга на 5 лет, причем хотя бы одно из них оканчивается нулем. Докажите, что произведение  $nkm$  делится на 750.

2. Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Например,  $[-4/3] = -2$ ,  $[\pi] = 3$ ,  $[2] = 2$ . Найдите все целочисленные решения данного уравнения, если таковые существуют.

$$\left[ \frac{x}{2022} \right] + \left[ \frac{x+1}{2022} \right] + \dots + \left[ \frac{x+2021}{2022} \right] = x^{2023}.$$

**Ответ.**  $x = -1, 0, 1$ .

3. Охотник Пулька для своей собаки Бульки заказал на АлиЭкспресс три куля собачьего корма. Наутро после доставки один куль оказался съеден. Под подозрение попали Торопыжка, Пончик и Сиропчик. Незнайка опросил свидетелей и установил следующее.

(1) Если Пончик ел корм, то Сиропчик не ел его.

(2) Свидетельства о том, что Пончик не ел и что Торопыжка не ел корм не могут быть истинными одновременно.

(3) Если Сиропчик не ел корм, то Пончик не ел его, а Торопыжка ел.

Кого из подозреваемых Незнайка может гарантированно обвинить или оправдать в поедании ночью целого куля собачьего корма?

**Ответ.** Пончик не ел, Торопыжка ел, а про Сиропчика сделать вывод невозможно.

4. В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  вдвое короче стороны  $BC$ . Биссектриса  $BD$  пересекается со средней линией  $KM$  (точка  $K$  лежит на  $BC$ , а  $M$  на  $AB$ ) в точке  $F$ . Докажите, что четырехугольник  $AFKD$  – ромб.

5. Удовольствие, получаемое от каникул, пропорционально квадрату их продолжительности. Что выгоднее для увеличения удовольствия: устроить неразрывные каникулы или разделить их на две части? В какое максимальное количество раз (и в какую сторону) изменится удовольствие при разделении на две части?

**Ответ.** Уменьшатся в 2 раза (максимально). Выгоднее устроить неразрывные.