

Решение. Все классы

1. Пусть вход в снег происходит в момент времени $t_0 = 0$. В этот момент координата тела равна $x_0 = 0$. Рассмотрим первый временной интервал Δt . В его начале тело имеет скорость $v = v_0$ и на него действует сила сопротивления, складывающаяся из двух составляющих

$$F_0 = F_C + F_B = -\mu mg - \beta v_0^2.$$

Здесь учтено, что при горизонтальном движении сила реакции опоры N равна силе тяжести ($N = mg$). Под действием этой силы тело приобретет ускорение

$$a_0 = \frac{F_0}{m} = -\frac{\beta v_0^2}{m} - \mu g.$$

Следовательно, в момент времени $t_1 = t_0 + \Delta t$ скорость и координата тела будут равны

$$v_1 = v_0 + a_0 \Delta t, \quad x_1 = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{a_0 (\Delta t)^2}{2}.$$

(заметим, что величина a_0 отрицательна).

2. Положение и скорость тела в момент $t_2 = 2\Delta t = t_1 + \Delta t$ можно найти совершенно аналогичным способом. Затем можно аналогично найти все параметры в моменты t_3, t_4 и так далее. Запишем соответствующие формулы в общем виде. Пусть в момент времени t_n тело имеет скорость v_n и координату x_n . Сила сопротивления, действующая в течение n -го шага, равна

$$F_n = -\mu mg - \beta v_n^2.$$

Под действием этой силы тело приобретет ускорение

$$a_n = \frac{F_n}{m} = -\frac{\beta v_n^2}{m} - \mu g.$$

Следовательно, в момент времени $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ скорость и координата тела будут равны

$$v_{n+1} = v_n + a_n \Delta t, \quad x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t + \frac{a_n (\Delta t)^2}{2}.$$

3. Проведя вычисления по полученным формулам для $n = 1$ и для $n = 2$, получим ответ на первый вопрос.

4. Поскольку сила, действующая на тело, замедляет движение, то, проводя расчет по выведенным формулам, на некотором шаге N будет получено отрицательное значение скорости (или нулевое, что весьма маловероятно). Как только это произойдет, расчет следует остановить и соответствующее значение координаты x_N принять за окончательное положение остановившегося тела. Поскольку $x_0 = 0$, то значение x_N будет равно длине пройденного пути (проделанной в снегу норе).

Запишем все полученные формулы в виде алгоритма.

Алгоритм «Улет»

Начало алгоритма

Задать Δt , β , μ , m , v_0 ,

$x_0 = 0$, $n = 0$;

ПОКА $v_n > 0$

$$a_n = -\frac{\beta v_n^2}{m} - \mu g$$

$$v_{n+1} = v_n + a_n \Delta t$$

$$x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t + \frac{a_n \Delta t^2}{2}$$

Вывести x_n

Конец алгоритма

Заметим, что индексацию величин a_n , v_n и x_n можно не проводить, а использовать перезаписываемые переменные вещественного типа. Выполнив этот алгоритм при $\Delta t = 0,1$, получим ответ на 2 вопрос.

5. (Только 10 и 11 классы.) Продолжая уменьшать шаг Δt как описано в условии и запуская каждый раз алгоритм, найдем ответ на последний вопрос задачи.

Ответы.

1. $v_1 = 9,30$ м/с, $x_1 = 0,97$ м; $v_2 = 8,67$ м/с, $x_2 = 1,86$ м.

2. $S = 12,29$ м. Толщины $L = 10$ м недостаточно.

3. $\tilde{S} = 12,48$ м. Пройденный в снегу путь равен $12,48 \pm 0,19$ м.

4. $L = S = 12,66 \pm 0,01$ (впервые достигается при шаге $\Delta t = 0,1/32$);
весь путь пройден за время $T = 3,228$ с.

NB Особенности программной реализации алгоритмов и проведения вычислительного эксперимента могут сказываться на точности полученных результатов. Это учитывается при проверке работ.