

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 12111 для 11 класса

1. В процессе цифровой трансформации газовой турбины инженер Сусуманов столкнулся с необходимостью вычислить значение величины

$$J = \sin \frac{4\pi}{45} + \cos \frac{4\pi}{45} \cdot \operatorname{tg} \frac{37\pi}{180}.$$

Найдите значение  $J$  и объясните, как это можно сделать без использования специальных вычислительных средств.

**Ответ:**  $J = 1$

2. Даны два двузначных числа  $A$  и  $B$ . Обозначим через  $a_0$  и  $a_1$  цифры, стоящие в разрядах единиц и десятков числа  $A$ , а через  $b_0$  и  $b_1$  аналогичные цифры  $B$ . Докажите, что число  $a_1 \cdot b_0 - b_1 \cdot a_0$  делится на наибольший общий делитель чисел  $A$  и  $B$ .

3. Однажды первокурсник Горыныч принес с собой целый рюкзачок пирожков с русским духом. Пока одна голова слушала лекцию, вторая начала обедать, съедая каждую минуту одно и то же количество пирожков. Через 12 минут лекция закончилась и первая голова присоединилась к трапезе, также съедая каждую минуту одно и то же количество пирожков (возможно, отличное от второй головы). Еще через 4 минуты рюкзачок опустел наполовину. Когда пирожки закончились, оказалось, что через каждую из двух голов прошло равное их количество (иные головы в трапезе не участвовали). Определите, во сколько раз одна голова прожорливее другой.

**Ответ:** первая голова в 2 раза прожорливее второй.

4. Полукруг расположен внутри прямоугольного треугольника так, что его диаметр лежит на катете, а другой катет и гипотенуза являются касательными к его полуокружности.

А) Во сколько раз площадь треугольника больше площади полукруга, если его гипотенуза в  $k$  раз длиннее большего катета?

Б) При каком значении  $k$  указанное отношение площадей минимально?

**Ответ:**

А) Площадь треугольника больше площади полукруга в  $\frac{(k+1)^2}{\pi\sqrt{k^2-1}}$  раз.

Б) Отношение площадей минимально при  $k = 2$ .

5. Пусть многочлен  $P(x) = x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + \dots + a_0$  таков, что  $P(1) = P(-1)$ ,  $P(2) = P(-2)$ ,  $P(3) = P(-3)$ ,  $P(4) = P(-4)$ ,  $P(5) = P(-5)$ . Верно ли, что тогда  $P(2022) = P(-2022)$ ?

**Ответ:** верно.