**Решение (все классы)**

Рассмотрим первый подскок нижнего тела. Оно падает с высоты $h_0 = H$ без начальной скорости. Его энергия в момент удара об упор равна потенциальной энергии в момент старта

$$E_0 = mgh_0.$$

После удара она составит

$$E_1 = \alpha E_0 - Q,$$

следовательно, высоту первого подскока можно найти из равенства

$$mgh_1 = E_1.$$

Уравнение движения без начальной скорости имеет вид $s = \dfrac{gt^2}{2}$, поэтому время первого падения равно $t_0 = \sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}$.

Аналогичным образом, время первого взлета $t_1 = \sqrt{\dfrac{2h_1}{g}}$. Такое же время займет падение с высоты $h_1$ до момента второго удара об упор.

Второе свободное падение будет происходить аналогично первому, но начинаться на высоте $h_1$. Точно так же, как и все последующие. Поэтому, заменяя в выведенных формулах индекс 0 на индекс $k$ получаем описание движения после $k$-го взлета (подскока).

$$E_k = mgh_k, \qquad E_{k+1} = \alpha E_k - Q,$$

$$h_{k+1} = \frac{E_{k+1}}{mg}, \qquad t_{k+1} = \sqrt{\frac{2h_{k+1}}{g}}.$$

Перепишем полученные формулы в виде алгоритма на некотором псевдокоде.

**Начало алгоритма**

Задать $H,\ m,\ Q;\ g,\ \alpha$

$h_0 = H, \quad E_0 = mgh_0$

ДЛЯ $k = 0, 1, 2, \ldots$

$E_{k+1} = \alpha E_k - Q, \quad h_{k+1} = \dfrac{E_{k+1}}{mg}$

ЕСЛИ $E_{k+1} < 0$ ТО прекратить расчет

Вывести массив $h$

**Конец алгоритма**

Если выполнить данный алгоритм, то будет получен ответ на первый вопрос задания.

Пусть в момент встречи со вторым падающим телом первое находится на высоте $L$. Согласно условию, $L = h_5$. В момент удара энергия нижнего тела равна $mgL$, верхнего – $MgH$ (здесь не важно, какая часть полной энергии успела перейти из потенциальной в кинетическую).

После встречи двух тел они продолжают движение как единое целое, энергия которого равна сумме энергий тел непосредственно перед соударением за вычетом потери. Все эти величины известны.

Таким образом, для ответа на вопрос о количестве подскоков и их высоте возникает задача, полностью аналогичная первоначальной, но с другими исходными данными. Теперь начальная высота $h_0 = L$, а начальная энергия $E_0 = (mL + MH)g$. Поэтому можно запустить уже написанный алгоритм с новыми входными данными и получить окончательный ответ.

Если же требуется узнать время движения, то необходимо обратиться к анализу скоростей, поскольку начальная скорость мяча с Крошем $v_0$ не равна нулю.

Для ее поиска воспользуемся законом сохранения импульса

$$0 + mu = (m + M)v_0,$$

в котором $u$ – скорость Кроша перед соударением. Ее можно выразить из закона сохранения энергии

$$MgH = MgL + \frac{Mu^2}{2} \quad \Rightarrow \quad u = \sqrt{2(H - L)g}.$$

Таким образом,

$$v_0 = \frac{m}{m + M}\sqrt{2(H - L)g}.$$

Время первого совместного падения можно найти из уравнения движения

$$L = v_0 t_0 + \frac{g t_0^2}{2},$$

которое имеет единственный положительный корень

$$t_0 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gL}}{g}.$$

Дальнейший поиск времен можно проводить так же, как выше. Поскольку полная энергия в момент отскока известна, можно найти высоту подъема, а затем и время, на это затраченное.

## Ответы

### 11 класс
1. 3 м 56 см,  3 м 14 см.
2. 8,4 с.
3. Нет. 41 раз.
4. 16,5 с.

### 10 класс
1. 3 м 56 см,  3 м 14 см.
2. 8,4 с.
3. Нет. 41 раз.
4. 16,5 с.

### 9 класс
1. 3 м 56 см,  3 м 14 см.
2. 12 подскоков.
3. Нет. 41 подскок.