

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап

ЗАДАНИЕ ПО КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ВАРИАНТ 47991 для 9 класса

Телепортатор дальнего действия работает оптимальным образом, если выполнен в виде рамки замысловатой формы, которую после включения следует располагать горизонтально, а перемещаемый предмет класть в центр масс рамки.

Вся конструкция представляет собой полуокружность (см. рис. 1), дуга которой имеет радиус $R = 1$ м и массу $M = 15$ кг, а стягивающий ее диаметр — массу $m = 3$ кг. Масса каждой из двух частей распределена равномерно по ним.

Для поиска положения центра масс заменим непрерывную рамку на конечную систему точек, равномерно расположенных на ней, и найдем центр масс этой системы. Чем больше точек будет выбрано, тем точнее будет найдено положение искомого центра. При неограниченном возрастании количества точек их центр масс будет неограниченно приближаться к центру масс рамки.

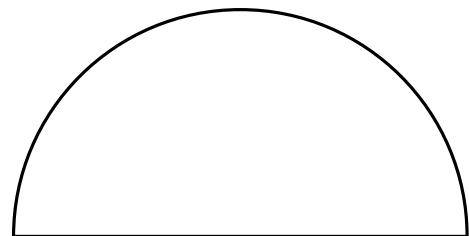


Рис. 1. Рамка телепортатора

1. Определите приближенное положение центра масс рамки, заменив полуокружность на систему из $N = 4$ точек.

2. Подберите такое количество N_0 , чтобы координаты центра масс, вычисленные для систем из N_0 и из $N_0 - 1$ точек (на полуокружности), отличались бы не более, чем на 10^{-5} м. (Найдите как можно меньшее значение N_0 .)

3. Найдите (с точностью до 10^{-2} кг) такое значение массы m_0 рейки-диаметра, при которой центр масс рамки будет располагаться на расстоянии $R/4$ от центра полуокружности. Если это невозможно, объясните причину.

Все ответы следует записывать с указанной в задании точностью.

Примечание. Для системы N точек с массами m_i и координатами (x_i, y_i) положение центра масс можно вычислить по формулам

$$x_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N x_i m_i, \quad y_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N y_i m_i, \quad \text{где } M = \sum_{i=1}^N m_i.$$

ОТВЕТЫ

1. $x_c = 0$ м, $y_c = 0.544$ м.
2. $x_c = 0$ м, $y_c = 0.53067$ м при $N_0 = 38$.
3. $m_0 \approx 23.21$ кг.