

## ЗАДАНИЕ ПО КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

### ВАРИАНТ 42101 для 10 класса

Дорога через тернии к звездам может иногда начинаться с пересечения трех больших оврагов. Чтобы не тратить много сил в начале пути, можно сделать мосты через них. Но строить мосты – не бородой трясти, поэтому нужно хорошо подумать, насколько прямой мост сократит путь вниз-вверх через дно оврага.

Попробуем сравнить длины этих двух путей.

Поставим задачу более строго. Введем декартову систему координат. Направим ось  $OX$  горизонтально, начало координат совместим с краем оврага. Будем считать, что противоположные края каждого оврага находятся на одинаковой (нулевой) высоте, а поперечный профиль оврага описывается формулой (все входящие в нее величины считаем безразмерными)

$$y(x) = bx(a - x).$$

Для первого оврага  $a = 20$ ,  $b = 5$ . Для второго  $a = 50$ ,  $b = 10$ . Для третьего  $a = 10$ ,  $b = 2$ .

Длиной прямого моста будем считать длину отрезка  $[0, a]$ .

Для приближенного расчета длины пути через овраг по его склонам возьмем некоторое большое число  $N$  и на отрезке  $[0, a]$  расставим равномерно расположенные точки  $x_i = ia/N$  (где  $i = 0, \dots, N$ ), а затем вычислим сумму расстояний между каждой парой точек  $(x_i, y(x_i))$  и  $(x_{i+1}, y(x_{i+1}))$ . Это соответствует замене гладкого профиля оврага (параболы) ломаной. С увеличением  $N$  длина построенной таким образом ломаной будет приближаться к искомой длине кривой.

1. Определите примерную длину пути через первый овраг, взяв  $N = 4$ .
2. Подберите такое значение  $N_0$ , чтобы длины ломаных, составленных из  $N_0$  частей и из  $N_0 + 1$  частей, отличались бы не более, чем на  $10^{-3}$ .
3. Повторите действия п. 2. для второго и третьего оврагов. Определите, для какого из них постройка моста наибольшим образом сокращает путь.
4. Найдите такое значение параметра  $b$  (с точностью до сотых), при котором длина пути через овраг (при  $a = 20$ ) будет втрое длиннее пути по мосту.

Все найденные длины следует округлять до трех знаков в дробной части.