Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

SO25-84

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Снегирева

ИМЯ Маргарита

ОТЧЕСТВО Олеговна

Дата рождения 07.10.2012

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах**

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1.

+

Если Кузьма Вопроскин относится к солнышкам, то на вопрос: „Принадлежу ли я к людям того типа, которые могли бы спросить, являюсь ли я месяцем?" он бы ответил „нет", ведь он не месяц, а солнышко, а задавал ему этот вопрос месяц, ведь Кузьма Вопроскин ответил правильно, то есть „нет".

Если Кузьма Вопроскин относится к ~~солнышкам~~ месяцам, то на вопрос: „Принадлежу ли я к людям того типа, которые могут спросить, являюсь ли я месяцем?" он ответил бы „да", потому что мы предположили, что он месяц, но тогда вопрос ему задавал солнышко, ведь Кузьма ответил „да". То есть, к какому типу жителей относится Кузьма можно будет понять только по его ответу на данный в задаче вопрос или по тому, кто задавал этот вопрос. сам Кузьма

Ответ: можно будет определить, к какому типу жителей относится Кузьма только по его ответу на этот вопрос, ничего определённого по поводу его типа сказать нельзя, всё зависит от ответа или от того, кто задавал этот вопрос.

Кузьма — задаёт вопрос нам

Задача №2.

Буквы $K \leq 5$; $B \leq 5$; Так как складываются два 3-значных числа и получается другое 3-значное число. Причём если одна из букв это 5, то другая уже ≤ 4. Пусть $K=4$, тогда $B \leq 5$.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть В=5, тогда Л=4+5=9. Теперь просто подберём, какое решение подойдет:

$$\begin{array}{r} 4\ И\ Т \\ +\ 5\ О\ 9 \\ \hline 9\ Е\ 5 \end{array}$$

; при сложении И+О=Е не должен получиться переход через десяток, иначе получится 4-значное число. Тогда пусть Т=6; И=7, а О=0; тогда:

$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 6 \\ +\ 5\ 0\ 9 \\ \hline 9\ 8\ 5 \end{array}$$

– верно.

Рассмотрим, если К=3, то пусть В=4; тогда:

$$\begin{array}{r} 3\ И\ Т \\ +\ 4\ О\ Л \\ \hline Л\ Е\ 4 \end{array}$$

Л≠7, так как Т+Л=~~1~~4, но при Л=7; Т=7, что неверно. Тогда Л=8 и:

$$\begin{array}{r} 3\ И\ 6 \\ +\ 4\ О\ 8 \\ \hline 8\ Е\ 4 \end{array}$$

; Т=6. Здесь подберём значение И и О:

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 6 \\ +\ 4\ 7\ 8 \\ \hline 8\ 0\ 4 \end{array}$$

– верно.

Рассмотрим случай, если К=2, то пусть В=4:

$$\begin{array}{r} 2\ И\ Т \\ +\ 4\ О\ 6 \\ \hline 6\ Е\ 4 \end{array}$$

, подберём значения И, О и Т:

$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 8 \\ +\ 4\ 3\ 6 \\ \hline 6\ 5\ 4 \end{array}$$

– верно.

Рассмотрим случай, если К=2, то В=3:

$$\begin{array}{r} 2\ И\ 8 \\ +\ 3\ О\ 5 \\ \hline 5\ Е\ 3 \end{array}$$

; подберём:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{} \\ +\,2\,1\,8 \\ 3\,4\,5 \\ \hline 5\,6\,3 \end{array}$$ — верно.

Пусть К=2, а В=1, но тогда не получится верно:

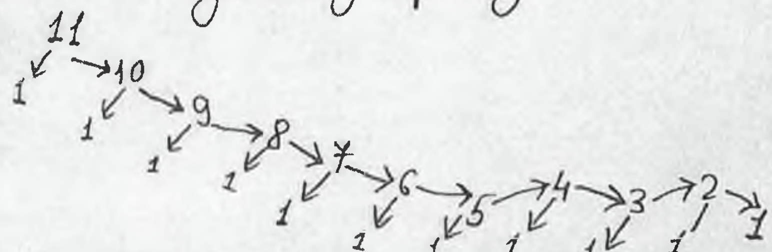
$$\begin{array}{r} +\,2\,\overset{1}{И}\,8 \\ 1\,\Theta\,3 \\ \hline 3\,Е\,1 \end{array}$$ Т=8.; остались цифры 4,5,6,7,9.; но 4+5+1=10 - переход через разряд. Тогда есть несколько решений этого ребуса.

Ответ: одно из решений:

$$\begin{array}{r} +\,218 \\ 345 \\ \hline 563 \end{array}.$$

Задача №4.

Разобьём кучку, где 7 орехов так, чтобы больше нельзя было бы разбить её на 2 меньшие. Для этого должно остаться 7 орехов по одному в каждой группе. 7 орехов можно поделить на такие группы за 6 ходов, без разницы на какие группы Щелкунчик и Мышиный король будут делить 7 орехов, в любом случае эту кучку нельзя будет делить на меньшие после деления её на кучки по 1 ореху за 6 ходов. Теперь посмотрим на кучку, где 11 орехов. Её можно поделить за 10 ходов так, чтобы в каждой группе было по одному ореху:



SO25-84

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Можно заметить, что группу, в которой нечётное количество орехов можно поделить за такое же количество минус 1 ходов. То есть если в группе 7 орехов, то после 7-1=6 ходов эту кучку делить уже не получится. Значит теперь можно посчитать, за сколько ходов все горсти орехов по 7, 11, 13 и 17 разделятся на меньшие по 1 ореху в каждой:

$(7-1)+(11-1)+(13-1)+(17-1)=6+10+12+16=44$ хода в сумме нужно сделать Щелкунчику и Мышиному королю так, чтобы в каждой горстке было бы по 1 ореху. Теперь поймём, что если 1-ым ходит король, то он ходит все нечётные ходы, а Щелкунчик - все чётные. Значит 44 ход делает Щелкунчик, а Мышиному королю придётся делать 45 ход, но он не сможет его сделать, потому что последний ход это 44. Значит победит Щелкунчик.

+

Ответ: победит Щелкунчик.

Задача №5.

У Барбоса в слове есть повторяющиеся буквы:
это 3 буквы „л" ; 2 буквы „а".
У Мурзика в слове тоже есть повторяющиеся буквы, но их всего 2:
это 2 буквы „н".
Из-за того, что у Барбоса в слове „парамельный"

есть 2 буквы „л", которые стоят рядом, то у кота будут получаться некоторые слова одинаково. Например, из слова параллельный вычеркнули те буквы, которые подчёркнуты: „е", „л"; получилось: „паралльный". Также кот мог зачеркнуть буквы „е" и „л", но уже на других местах: параллельный; отсюда получается точно такое же слово: „паралльный". Эти 2 слова не различные, то есть у Барбоса будет столько же слов, сколько и у Мурзика, но среди слов Барбоса будут те, которые повторяются несколько раз. Значит именно различных слов у Мурзика может получиться больше, а у Барбоса их будет меньше. У Мурзика же не будет одинаковых слов, из-за того, что повторяющиеся буквы „н" стоят далеко друг от друга и между ними больше 2 букв.

~~Ответ:~~

Ответ: именно различных слов могло получиться больше у Мурзика; у Барбоса будут повторяющиеся слова.

Задача № 3.

Число 52 надо представить в виде суммы двадцати шести двоек, то есть:

$52 = \underbrace{2+2+2+2+2+\ldots+2+2}_{26 раз} = 2\cdot 26$. Сова должна представить число 52 именно в таком виде, потому что

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда в произведении будет ~~52~~ 2^{26}, а это самое наибольшее число, так как всё остальное будет в степени меньше 26. Таким образом Мудрая сова должна представить 52, как сумму 26-и двоек и произведение будет 2^{26}, что приблизительно равно выражению $16 \cdot 4 \cdot 194 \cdot 304$. И это гораздо больше, чем если бы сова взяла $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 12 = 120000$.

$2+2+2 = 3+3$
$2 \cdot 2 \cdot 2 < 3 \cdot 3$

Ответ: она представит 52 в виде $\underbrace{2+2+2+2+\ldots+2}_{26}$ и потом получит произведение 2^{26}, что будет максимальным из возможных.

почему?

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

AL53-72 ← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**

шифр

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ Соколов

ИМЯ Арсений

ОТЧЕСТВО Станиславович

Дата рождения 23.10.2008 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ______

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇒ AL53-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Дано:
отражается – 40%
пропускается – 21%
поглощается – остальное
поставили 2 экрана
? % не пропустится

Решение:
Пусть всего X лучей.
Первый экран пропустит $0{,}21x$ лучей.
Второй экран пропустит $0{,}21 \cdot 0{,}21x$ лучей.
$0{,}21 \cdot 0{,}21x = 0{,}0441x$.
Остальное – не будет пропущено:
$x - 0{,}0441x = 0{,}9559x \Rightarrow 95{,}59\%$ не будет пропущено.

Ответ: 95,~~55~~%.

Два отр

$\mp$

№3.

Всегда ли $(x^{2025} - 2025x + 2024)$ делится на $(x-1)^2$ при $x \in N$ и $x > 1$?

$x^{2025} - 2025x + 2024 = (x^{2025} - x^{2024}) + (x^{2024} - x^{2023}) + (x^{2023} - x^{2022}) + \ldots -$
$- x^3) + (x^3 - x^2) + (x^2 - x) + (-2024x + 2024)$.

Слагаемое $(-2024x + 2024) = -2024(x-1) \vdots (x-1)$ ~~Доказ-во~~ ?? ?

Остальные скобки имеют вид $(x^{i+1} - x^i) = x^i(x-1) \vdots (x-1)$.

Следовательно, все скобки делятся на $(x-1) \Rightarrow$ само выражение $\vdots (x-1)$. Осталось проверить, делится ли частное на $(x-1)$.

Частное при делении начального выражения на $(x-1)$ будет иметь вид: $x^{2024} + x^{2023} + x^{2022} + \ldots + x^3 + x^2 + x - 2024 = (x^{2024} - 1) + (x^{2023} - 1) + (x^{2022} - 1) + \ldots + (x^2 - 1) + (x - 1)$.

Докажем, что выражение вида $(x^n - 1) \vdots (x-1)$. Воспользуемся методом математической индукции:

База: $n = 1 \Rightarrow x^n - 1 = x - 1$, $(x-1) \vdots (x-1)$.

Предположение: пусть $(x^k - 1) \vdots (x-1)$. Тогда докажем, что $(x^{k+1} - 1) \vdots (x-1)$.

AL53-72

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ AL53-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Переход: $(x^{k+1}-1) = x(x^k-1)+(x-1) \quad \vdots(x-1) \Rightarrow (x^{k+1}-1)\vdots(x-1)$

$\vdots(x-1)$ по предположению, $\vdots(x-1)$

Следовательно, $(x^n-1)\vdots(x-1)$, ч.т.д. (примечание $x\neq 1$)

В рассматриваемом нами частном все слагаемые (скобки) имеют вид (x^i-1). А по доказанному утверждению, они все $\vdots(x-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ частное тоже $\vdots(x-1)$.

Выражение $\vdots(x-1)$, и частное после деления на $(x-1)\vdots(x-1) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ выражение $(x^{2025}-2025x+2024)\vdots(x-1)^2$ при $x>1$, ч.т.д.

№4.

Ответ: $\varnothing$.

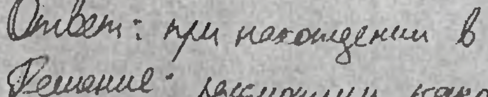
В условии сказано, что хорды точкой пересечения в круге разделились на отрезки, чья длина равна 1 см и 4 см, 2 см и 3 см. Но по свойству пересекающихся хорд, произведения полученных отрезков должны быть равны: $1\cdot4=4\neq6=2\cdot3$.

Условие задачи невозможно.

№5.

Ответ: при нахождении в крайней клетке полосы.

Решение: рассмотрим, какой путь он пройдёт если стоит на клетке A, являющейся крайней:



. Ему не придётся возвращаться в начальное положение после того, как он во 2ой раз придёт в конец полоски, т.к. он попадёт в точку A, являющуюся начальной.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

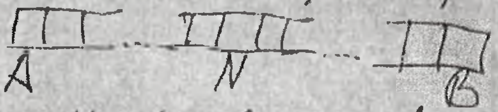
Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ AL53 72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

То есть, его путь состоит из подсчёта количества способов пройти 2024 клетки вперёд, умноженного на кол-во способов пройти 2024 клетки назад.

Примечание: Кол-во способов пройти k клеток назад равно кол-ву пройти k клеток вперёд.

Если он стоит на клетке, не являющейся крайней, то у него путь состоит из 3 этапов: 

$N \to B$, $B \to A$, $A \to N$. Кол-во способов — перемноженное кол-во способов прохождения каждого из отрезков. Будем обозначать кол-во способов пройти от т. K до т. M, как $(K \to M)$.

Тогда, если он стоял на крайней клетке, кол-во способов равно $(B \to A)(A \to B)$. А во 2ом случае — $(B \to A)(A \to N)(N \to B)$

то же самое, как количество способов добраться из A в B с учётом обязательного прохождения пути через N,

а в т. N можно прийти либо не прийти (перескочить ходом в 2 клетки)

Тогда: кол-во способов пройти из A в B > кол-ва способов пройти из A в B с учётом прохождения через N.

То есть: $(A \to B) > (A \to N)(N \to B)$

$$(B \to A)(A \to B) > (B \to A)(A \to N)(N \to B)$$

Мы доказали, что общее количество вариантов будет наибольшим, когда топотун будет стоять на краю полоски.

+

AL53-72

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ AL53-72

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Ответ: да, имеет положительные; например, 1.

$1-x^2+\sqrt[3]{8x^3-1-x^2(12\sqrt[3]{1-x^2}-1)+6x\sqrt[3]{1+x^4-2x^2}}=2x$

$x=1: 1-1+\sqrt[3]{8-1-1(12\sqrt[3]{0}-1)+6\sqrt[3]{1+1-2}}=\sqrt[3]{8-1+1+6\sqrt[3]{0}}=$

$=\sqrt[3]{8}=2=2\cdot1=2x$ – верно.

Будем преобразовывать данное в условиях выражение: перенесём часть без корня в одну сторону и возведём обе части в степень:

$8x^3-1-x^2(12\sqrt[3]{1-x^2}-1)+6x\sqrt[3]{1+x^4-2x^2}=(x^2+2x-1)^3=$

$=x^6+6x^5+9x^4-4x^3-9x^2+6x-1$

Перенесём в правую часть $(8x^3-1)$:

$-x^2(12\sqrt[3]{1-x^2}-1)+6x\sqrt[3]{1+x^4-2x^2}=x^6+6x^5+9x^4-4x^3-9x^2+6x-1-8x^3+1=$

$=x^6+6x^5+9x^4-12x^3-9x^2+6x.$

Мы предполагаем, что $x>0 \Rightarrow x\neq0$, поделим обе части на x:

$6\sqrt[3]{1+x^4-2x^2}-x\sqrt[3]{1-x^2}=x^5+6x^4+9x^3-12x^2-9x+6$

Заметим, что $\sqrt[3]{1+x^4-2x^2}=(\sqrt[3]{1-x^2})^2$, т.к. $x^4-2x^2+1=(1-x^2)^2$.

не рац

+

Лист 04 из 04

AL53-72

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

LC93-16
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Солдатов

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 23.12.2011 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Если к~~ №1

Если кольцо не село на указательный и гарантированно не сядет на безымянный (т.к. безымянный толще указательного, а средний толще двух других пальцев)

Если кольцо село на безымянный, то оно точно садиться и на указательный (т.к. безымянный толще указательного, но оно на него не сядет.)

То есть оно сядет на средний

Если под словом сядет подразумевалось выберет, то составим таблицу

Безымянный	Средний	Указательный
−	+	+
+	+	−
+	+	−

только на среднем пальце всегда есть гарантия

№3

Пусть

$c \geq a \geq t \Rightarrow |c-a| + |a-t| + |t-c| = c-a+a-t+c-t = 1 \Rightarrow$ $|c|+|a|+|t| \geq 0,5$

$\Rightarrow 2c - 2t = 1 \Rightarrow c - t = 0,5 \Rightarrow c = t + 0,5 \Rightarrow$

Пусть

$c \geq t \geq a \Rightarrow$ ~~$|a$~~ $|c-a| + |a-t| + |t-c| = c-a+t-a+c-t = 2c-2a \Rightarrow$

$\Rightarrow c = a + 0,5$

~~Пусть~~ ~~$a \geq c \geq t \Rightarrow$~~ (В других случаях будет также. Одна переменная взаимоуничтожится, а из двух оставшихся сложится выражение $2k - 2y = 1$)

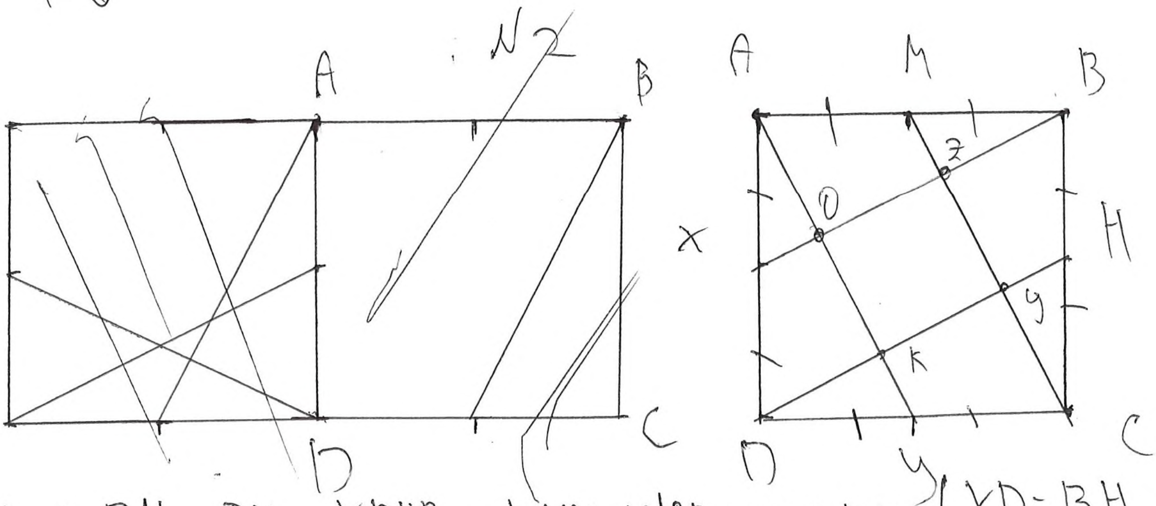
Если $|c|+|a|+|t| \geq 0,5$ (т.к. нас просят найти мин. решение $|c|+|a|+|t| = 0,5$)

$c = 0,5$
$a = 0$
$t = 0$

$0,5 - 0 + 0 - 0 + 0 + 0,5 = 1$ $(1 = 1)$

+

№2



$XB \parallel DH$ т.к. $XDHB$ – параллелограмм ($XD = BH$, $XD \parallel BH$)

$\Rightarrow XO$ – средняя линия (т.к. $AX = XD$ и $XO \parallel DK$) $\Rightarrow AO = OK$.

MZ – средняя линия $\Rightarrow BZ = ZO$ (Док-во аналогичное)

HY – средняя линия $\Rightarrow ZY = YC$ (Док-во аналогичное)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2 (продолжение)

YK - средняя линия => DK=KY (Док-во аналогичное)

△DHC = △MBC (по 2 катетам) DC = BC . MB = HC

△MBC = △BAX (по 2 катетам) BC = AB AX = MB

△AYD = △BAX (по 2 катетам) AD = AB DY = AX

△ADY = △DHC (по 2 катетам) DC = AD DY = HC

△ABX = △DHC (по 2 катетам) AB = DC HC = AX

△BCM = △AYD (по 2 катетам) AD = BC MB = DY

Пусть ∠HDC = α

∠HDC = ∠BCM = ∠ABX = ∠DAY = α (по равенству треуг.)

∠DHC = ∠BMC = ∠AXB = ∠AYD = 90 - α

∠HYC = ∠BZM = ∠AOX = ∠DKY = 90°

(т.к. сумма острых угл. в прямоуг. треуг. 90°)

(по сумме углов в треугольнике (один угол - α; второй 90-α => третий 90))

⇓

△ADK; △ABO; △BZC; △DYC - прямоуг.

△ADK = △ABO = △BZC = △DYC (по гипотенузе и острому углу)

Пусть AD = a. $a^2 = 2025$ (S квадр) => a = 45

Пусть AO = x => AO = OK = DK = KY = YC = ZC = BZ = OZ = x

?

~~(по равенств. треуг.)~~

$KY = HY = MZ = XO = \frac{x}{2}$ ($\frac{1}{2}$ противолежащей стороны)

△ADY - прямоуг. => $AD^2 + DY^2 = AY^2$ (по теореме Пифагора)

$AD^2 + DY^2 = a^2 + \frac{1}{2}a^2$ $AY^2 = (2,5x)^2 = 6,25x^2$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 продолжение

$a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2025 + \frac{1}{2}\cdot 2025 = 1{,}5\cdot 2025$

$1{,}5\cdot 2025 = 6{,}25\ x^2$

$\frac{15\cdot 2025}{10} = \frac{625}{100}\cdot x^2$

$\frac{15\cdot 2025\cdot \cancel{100}^{10}}{\cancel{10}\cdot 625} = x^2$

$\frac{15\cdot 2025\cdot \cancel{10}^{2}}{\cancel{625}_{125}} = x^2$

$\frac{\cancel{15}^{3}\cdot 2025\cdot 2}{\cancel{125}_{25}}$

$\frac{3\cdot \cancel{2025}^{81}\cdot 2}{\cancel{25}} = x^2$

$486 = x^2$

$x = \sqrt{486}$

$S_{OZYK} = x^2$ (т.к. $OZKY$ – квадрат, т.к. $OZ = ZY = KY = OK$, $\angle OZY = 90^\circ$, $\angle ZYK = 90^\circ$, $\angle KOZ = 90^\circ$, $\angle YKO = 90^\circ$)

$x^2 = \sqrt{486}^2 = 486$

Ответ: 486

№4

Пусть S - объем тома

v - скорость поедания $= 90 \frac{б}{мин}$.

t - время на первом приеме пищи

t' - время на втором приеме пищи

$$\frac{5S}{v} = t$$

$$\frac{5S}{v_{ср}} = t'$$

$$v_{ср} = \frac{S_{общ}}{t_{общ}}$$

$$S_{общ} = 5S + 5S$$

$$t_{общ} = t + 2t + t'$$

время на отдыхе

$$\frac{15S}{v} = 3t \quad \left(\frac{3 \cdot 5S}{v}\right)$$

$$3t = t' = 2t'$$

$$3t = t'$$

$$\cancel{v}\ v_{ср} = \frac{10S}{t + 2t + 3t} = \frac{10S}{6t}$$

$$6t = \frac{6 \cdot 5S}{v}$$

$$v_{ср} = \frac{10S}{\frac{30S}{v}} = \frac{\cancel{10}v}{\cancel{30}3} = 30 \frac{б}{м}$$

$$\left(\frac{90 \cdot б}{3 \cdot мин}\right)$$

$$v_{ср} = \frac{10S}{3t + t'}$$

$$3t = \frac{15S}{v} \Rightarrow v_{ср} = \frac{10S}{\frac{15S}{v} + t'}$$

$$t' = \frac{5S}{\frac{10S}{\frac{15S}{v} + t'}}$$ (по пропорции)

$$\frac{10S \cdot t'}{\frac{15S}{v} + t'} = 5S$$

(по пропорции)

$$\frac{5S \cdot 15S}{v} + t' \cdot 5S = 10S \cdot t' \quad \Big| \cdot \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\cancel{\frac{75S}{v}} \quad \frac{15S}{v} + t' = 2t'.$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

~~u=v~~

$u=a$
$v=b$
$w=c$

$ab=bc=ca=2025$

$c\neq 0$
$a\neq 0$
$b\neq 0$
(т.к $ab=2025$
$x\cdot 0=0$, а не 2025)

$ab=bc \quad |\cdot\frac{1}{b}$

$a=c.$

$c\cdot a=2025 \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} c=a=45 \\ c=a=-45 \end{array}}$ (т.к $2025=45^2=(-45)^2$)

$\cancel{ab}=bc=ca \quad |\cdot\frac{1}{c}$

$b=a \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} b=a=45 \\ b=a=-45 \end{array}}$ (т.к $2025=45^2=(-45)^2$)

(но $\begin{array}{l} a=c \\ b=c \end{array} \Rightarrow a=c=b=45 / -45$)

Значит система имеет 2 решения +

$45\cdot 45=45\cdot 45=45\cdot 45=2025$

$-45\cdot(-45)=-45\cdot(-45)=-45\cdot(-45)=2025$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	ВГТУ (Воронеж)
№ группы	Место проведения

ЗИ51-46

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Соломатин

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 05.07.2013 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 34 51-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

В - 4мин

№ 1

(И-Иван, К-Крошечка, В-Василиса) И-8мин К-3мин

Можно подумать что нет разницы как их расположить. Но ИВК больше чем КВИ

а другие варианты?

~~х дост~~

дом →	8	4	3
	И	В	К
рассказ	0	0	0
1	8	8	8
2	8	12	12
3	8	12	15

(в прав верх углу время потр на каж перс отдельно)

$8+12+15=35$

а КВИ меньше:

3	4	8
К	В	И
0	0	0
3	3	3
3	7	7
3	7	15

$3+7+15=25$

$35>25$.

Иван должен стоять вконце что бы не дать 8 мин другим. с Василисой тоже самое но т.к Иван в конце Василиса в центре. а у Крошечки хаврошечки других вариантов нет т.к осталось только 1 место

Ответ: Крошечка Хаврошечка первая, Василиса вторая, Иван третий

Лист 01 из 05

№2

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} КИТ \\ ВОЛ \end{array} \\ \hline ЛЕВ \end{array}$$

Л не может равн 1 и 2 т.к число на ноль начинаться не может и все 3 ~~чу~~ цифры разные. данный ребус можно решит разными способами вот один из них

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 109 \\ 243 \end{array} \\ \hline 352 \end{array}$$ вот ещё: $$\begin{array}{r} 149 \\ 203 \\ \hline 352 \end{array}$$ и так далее

Ответ: $109 + 243 = 352$, К=1, В=2, Л=3, И=0, О=4, Е=5, Т=9; но есть еще способы

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 3451-46

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

I - 42 II - 58

1 ход - Щелкунчик

первым ходом Щелкунчик должен сравнять кучки взяв 16 орехов из II кучки. после хода короля щелкунчик должен взять из другой кучки столько орехов сколько взял король из другой кучки. тем самым если король ~~выиграет~~ может сделать ход то щелкунчик может сделать ход.

Ответ: выиграет Щелкунчик

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

если Кира солнце то среди них есть луна т.к. Кира солнце то луна - Анфиса

если Кира луна то противорече т.к. вер. ответ нет но Кира луна ⇒ Кира не луна

Ответ: Кира солнце, Анфиса луна.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

заметим что у игроков в словах по 12 букв. Кол-во слов у каждого одинакого но могут быть повторки. в слове

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ при зачеркивание 5,8 и 6,8 образуется одно слово паралельный. повторка у Барбоса получится ~~„больше" слов~~ меньше слов чем у Мурзика. а в слове интегральный повторок нет.

Ответ: у Мурзука получется больше слов чем у Барбоса

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F02	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

BJ40-41

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Соломина

ИМЯ Марина

ОТЧЕСТВО Николаевна

Дата рождения 17.03.2011 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 Запишем условие: У - указательный; Б - безымянный; С - средний; ⊖ – не сел ⊕ - сел.

если $\overset{\ominus}{У}$, то $\overset{\oplus}{С}$ $\overset{\ominus}{Б}$; если $\overset{\oplus}{Б}$, то $\overset{\oplus}{С}$ $\overset{\ominus}{У}$; если $\overset{\oplus}{С}$, то $\overset{\oplus}{Б}$ $\overset{\ominus}{У}$.

Мы видим что если кольцо на Б и С → то $\overset{\ominus}{У}$.

Если $\overset{\ominus}{У}$, то $\overset{\oplus}{С}$ $\overset{\ominus}{Б}$, но если $\overset{\oplus}{С}$, то $\overset{\oplus}{Б}$ $\overset{\ominus}{У}$ → $\overset{\ominus}{Б}$ и $\overset{\oplus}{Б}$ противоречие значит на У кольцо сядет.

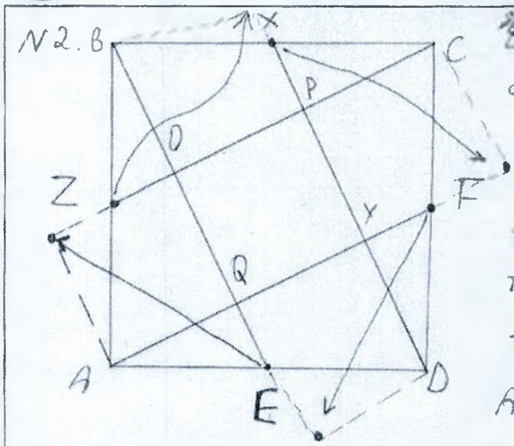
Если $\overset{\oplus}{С}$, то $\overset{\ominus}{У}$ но мы выяснили что $\overset{\oplus}{У}$, значит $\overset{\ominus}{С}$.

Если $\overset{\oplus}{Б}$, то $\overset{\ominus}{У}$, но мы выяснили что $\overset{\oplus}{У}$, значит $\overset{\ominus}{Б}$.

Итог кольцо сядет только на указательный палец.

Ответ: на указательном. +

№2.



~~Дано: □ABCD~~

Дано:

□ABCD.

т E - середина AD

т F - середина CD

т X - середина BC

т Z - середина BA

AF, BE, CZ, DX - отрезки.

OPYQ - 4х угольник.

Найти: $S_{\square OPYQ}$

Решение:

1) Заметим что $2025 = 45 \cdot 45 \Rightarrow$ сторона □ABCD - 45 м. середина делит сторону на отрезки по 22,5 м.

2) Также заметим что если совместить $\triangle ZBO$ с 4х угольником $OBXP$, то получится квадрат т.к. $\angle ZBO + \angle OBX = 90$ и OB общая у $\triangle ZBO$ и 4х угольника $OBXP$, этот квадрат будет с сторонами 22,5 м т.к. середина стороны делит на равные участки. Тоже самое с $\triangle XPC$ и 4х угольником $PCFY$ тоже самое с $\triangle YFD$ и 4х угольником $YDEQ$ тоже самое с $\triangle EQA$ и 4х угольником $DQAZ$ и у нас получилось 5 равных квадратов т.к у них равные стороны $AE = EO = OQ = QA = QF = FD = DY = YQ = XX = XC = CP = PY = PZ = ZB = BO = OP$ получается $\square FQYD = \square YXCP = \square POBZ = \square OEAQ = \square OPYQ$.

Значит $S_{\square OPYQ} = \frac{2025}{5} = 405 м^2$

Ответ: $405 м^2$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BJ40-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N3 1) Наименьшее значение $S = |c| + |a| + |t| = 0,6$

$c = 0,5$; $a = 0$; $t = 0,1$.

2) Проверяем.

$|0,5 - 0| + |0 - 0,1| + |0,1 - 0,5| = 1$.

$|0,5| + |0| + |0,1| = 0,6$.

3) Нельзя меньше сделать S ? т.к. если $S = 0,4$; 0,5 или меньше, то макс. число уже $0,499...9$, а наименьшее $0,5 - 0,4999...9 = 0,000...01$ => проверим невозможность такого

пусть $a = 0,4999...9$; $c = 0$; $t = 0,00...01$.

$|0 - 0,4999...9| + |0,4999...9 - 0,00...01| + |0,000...01 - 0| =$
$0,4999...9 + 0,4999...98 + 0,00...01 = 0,4999...9 +$
$+ 0,4999...9 = 0,988888...8 < 1$. => наименьшее
$S = |c| + |a| + |t| = 0,6$.

Ответ: 0,6.

Лист 03 из 05

BJ40-41

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BJ40 — 41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 4 Всего томов 5+5=10 томов.

~~Пусть в 1 томе 90 букв.~~

Пусть первые 5 томов он ел t_1 - времени.

$t_1 u$ - съел букв всего

Потом он отдыхал $2t_1$ - времени.

Средняя скорость

$$\frac{ut_1}{t_1+2t_1} = \frac{u\cancel{t_1}}{3\cancel{t_1}} = \frac{u}{3}$$ с этой скоростью он ел оставшиеся 5 томов, а это $\frac{90}{3} = 30 \frac{б}{минуту}$.

+

Проверка пусть в томе 90 букв ⇒ 5 томов он съел за 5 минут. затем он отдыхал $5 \cdot 2 = 10$ минут.

а потом он съел $5 \cdot 90 = 450$ букв за $\frac{450}{30} = 15$ минут.

Считаем среднюю скорость $\frac{450+450}{5+10+15} = \frac{900}{30} = 30 \frac{б}{мин}$

Всё сходится.

Ответ: $30 \frac{б}{мин}$.

Лист 04 из 05

BJ40-41

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 13371

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ BJ40 — 41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5 $UV = VW = WU = 2025$.

Посмотрим на $UV = VW \Rightarrow U = W$.

Посмотрим на $VW = WU \Rightarrow V = U$

$\begin{matrix} U = W \\ V = U \end{matrix} \Rightarrow U = W = V$, а значит $u^2 = 2025$
$u = \pm 45$

значит $45 \cdot 45 = 45 \cdot 45 = 45 \cdot 45 = 2025$.

$U = W = V = 45$. $(U = 45;\ W = 45;\ V = 45)$

Ответ: $\pm 45; \pm 45; \pm 45$.

BJ40-41

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

IG56-66

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Столяров

ИМЯ Михаил

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 04.08.2008 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 16 56-66

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1 Не будет уничтожено = отправлено + положено

$\exists$ пришло K. Тогда I этап отправил $0,4K$, а положил $= (1-0,4-0,21)K = 0,39K$

На второй этап пришло $0,21K$, из которых он отправил $0,4\cdot 0,21K$, а положил $0,39\cdot 0,21K$.

Итого не будет уничтожено суммарно:

$: 0,4K+0,39K+0,4\cdot 0,21K+0,39\cdot 0,21K = 0,4\cdot 1,21K+0,39\cdot 1,21K =$

$= 1,21K\cdot 0,79 = 0,9559K$, т.е. $95,59\%$ от K

Два эт.

Ответ: $95,59\%$

+

№2

$$1-x^2+\sqrt[3]{\underbrace{8x^3-1-x^2\left(12\sqrt[3]{1-x^2}-1\right)+6x\sqrt[3]{x^4-2x^2+1}}_{=S}}=2x \quad (*)$$

$$\forall S:\ S=(2x)^3-1+x^2\left(12\sqrt[3]{x^2-1}+1\right)+6x\sqrt[3]{x^4-2x^2+1}=$$

$$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\sqrt[3]{(x^2-1)}+3\cdot 2x\sqrt[3]{(x^2-1)^2}+\left(\sqrt[3]{x^2-1}\right)^3=$$

$$=\left(2x+\sqrt[3]{x^2-1}\right)^3$$

Тогда $(*)$ можно записать как:

$$1-x^2+\sqrt[3]{\left(2x+\sqrt[3]{x^2-1}\right)^3}=2x$$

$$1-x^2+2x+\sqrt[3]{x^2-1}=2x \quad (1)$$

$$\exists\ \sqrt[3]{x^2-1}=t \Rightarrow 1-x^2=-(x^2-1)=-t^3$$

$$(1)\Leftrightarrow t-t^3=0$$

$$t(t^2-1)=0$$

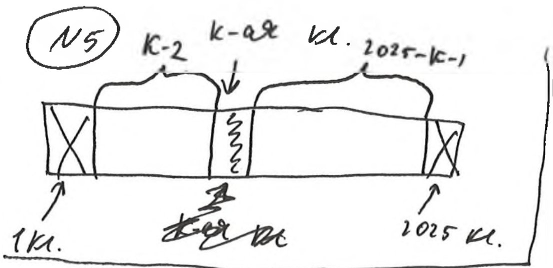
$$\left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2-1}=0 \Rightarrow x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1 \\ t=1 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2-1}=1 \Rightarrow x^2-2=0 \Rightarrow x=\pm\sqrt{2} \\ t=-1 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2-1}=-1 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0 \end{array}\right.$$

~~Ответ: $-\sqrt{2}; -1; 0; 1; \sqrt{2}$~~

Уравнение имеет корни, среди которых есть положительные (1, $\sqrt{2}$)
минимальный по модулю $= 0$
максимальные по модулю $= \pm\sqrt{2}$

+

Ответ: min по модулю $= 0$
max по модулю $= \pm\sqrt{2}$
имеет корни, есть положительные



① Для начала оценим к-во способов добраться из одного конца любого отрезка в другой.

Пусть, для определённости, толкунчик стоит в левой крайней клетке. Поскольку ему необходимо дойти в крайнюю правую, то он будет обязан там побывать. Во всех остальных $2025-2=2023$ клетках он либо побывает, либо нет, т.е. вариантов на каждой клетке ровно 2. Для подсчёта к-ва путей перемножим все возможные варианты на клетках (мы можем это сделать, поскольку толкунчик двигается в одну сторону по условию), получим $2^{2023}\cdot 1 = 2^{2023}$ путей. Далее будем пользоваться описанным выше алгоритмом для вычисления к-ва путей из одного конца отрезка в другой (из построения алгоритма понятно, что сработает он для отрезка любой длины, при этом если начальная и конечная точки совпадают и отрезок вырождается в одну клетку, то и путь будет единственным.

② Поместим теперь толкунчика в клетку с номером k (см. рисунок в начале решения)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 16 ~~55~~-66

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть, для определённости, ему сначала надо посетить правую границу, а уже затем — левую (понятно, что данное ~~допущение~~ допущение общности не уменьшает — ведь потом ему нужно будет в ~~любом~~ любом случае вернуться в изначальную клетку). Тогда заметим, что справа от него, без учёта крайней клетки, будет 2025-k-1 клетка, т.е. к-во способов добраться из k-ой клетки в правую границу будет равно $2^{2025-k-1}$ (см. алгоритм в п. I). Далее, он будет иметь 2^{2023} путей до левой границы (см. алгоритм в п. I). Далее ему необходимо вернуться в k-ю клетку, а клеток до k-ой, не включая её, на его пути k-2, т.е. к-во способов добраться до k-ой клетки будет равно 2^{k-2}.
(см. алгоритм в п. I)

Итоговое к-во путей, которыми птенчик может осуществить желаемое, будет вычисляться как

$$2^{2025-k-1}\cdot 2^{2023}\cdot 2^{k-2}=\frac{2^{2025}\cdot 2^{2023}\cdot 2^{k}}{2^{k}\cdot 2\cdot 2^{2}}=2^{2025+2023-3}=2^{4045}$$

(перемножаем способы, т.к. к-во путей на каждом участке его пути не зависит от предыдущих участков) к-во

Таким образом, поскольку полученное ~~к-во~~ к-во вариантов = const, получаем, что оно <u>не</u> зависит от начального положения птенчика, т.е. не зависит от k.

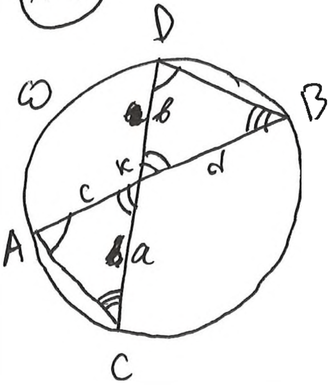
НЕТ

Ответ: к-во не зависит от начального положения птенчика

+

Лист 03 из 05

№4



1) $\forall$ окр-ть ω, AB, CD — хорды, $(\cdot)K: [AB]\cap[CD]$

соединим BD и AC

2) $\forall$ ΔKDB, ΔAKC:

$\angle DKB = \angle AKC$, т.к. они вертикальные

$\angle BAC = \angle CDB$, т.к. они опираются на одну дугу

$\Rightarrow$ $\Delta KDB \sim \Delta KAC$ по 2-м углам

3) из подобия следует, что $\dfrac{DK}{AK} = \dfrac{BK}{CK}$ (1)

(ведь третьи углы у этих Δ, очевидно, тоже равны, по сумме углов Δ)

4) $(1) \Leftrightarrow \dfrac{b}{c} = \dfrac{d}{a} \Leftrightarrow ab = cd$, т.е. произведения отрезков хорд, на которые они делятся точкой пересечения, равны.

Теперь $\forall$ $c=1$, $d=4$, $b=2$, $a=3$ (т.е. от общего случая перейдём к описанному в задаче, при этом $\angle DKB = \angle AKC = 90°$)

+

Отметим, что $1\cdot 4 \neq 2\cdot 3$, т.к. $4\neq 6$, т.е. описанная в задаче конфигурация невозможна.

Ответ: условие некорректно

№3

$(x^{2025} - 2025x + 2024) \,\vdots\, (x-1)^2$, $x>1$, $x\in\mathbb{N}$

Докажем это индукцией по x:

I База: $\exists x=2 \Rightarrow (2^{2025} - 2025\cdot 2 + 2024) \,\vdots\, 1^2$ — истина

II Предположение: $\exists$ для $x=k$ — $(k^{2025} - 2025k + 2024) \,\vdots\, (k-1)^2$ — истина

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

III Переход: докажем, что для $x=k+1$

$$\Big(\underbrace{(k+1)^{2025}-2025(k+1)+2024}_{=A}\Big) \vdots (k+1-1)^2 \text{ — истина}$$

$$(k+1-1)^2=k^2$$

$$A=(k+1)^{2025}-2025k-2025+2024=(k+1)^{2025}-2025k-1=$$

$$=k^{2025}+2025k^{2024}+\ldots+\overbrace{2025k+1-2025k-1}^{=0}=$$

$$=\underset{\vdots k^2}{k^2}\left(k^{2023}+2025k^{2022}+\ldots+C^2_{2025}\right)\vdots k^2 \text{ — истина}$$

Коэффициенты после раскрытия $(k+1)^{2025}$ — по биному Ньютона

т.о. $(x^{2025}-2025x+2024) \vdots (x-1)^2$ при $\forall x\in\mathbb{N},\ x>1$

Ответ: да

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

QW28-17
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Сухинина

ИМЯ Елизавета

ОТЧЕСТВО Ивановна

Дата рождения 10.02.2013 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1 (+)

Реш. + Отв.

Если гости приходят поочереди, то не имеет значения кто 1, кто 2, кто 3.

„От перемены мест слагаемых, сумма не меняется!"

иная трактовка

№ 2 (+)

КИТ + ВОЛ = ЛЕВ

1 2 3 4 5 6 6 7 4

Сначала попробуем поставить самые маленькие цифры как: 1 2 3 4 5 . . . .

если „в" в слове вол это 4, то и в слове лев тоже. (Противоречие)

В этом примере есть 2 буквы „в" и „л". ~~Попробуем их сделать наименьшими. Например: В - 2, Л - 3. КИТ соответственно „к" будет 1~~

КИТ + ВОЛ = ЛЕВ

~~129 + 637 = 7 6~~

129 + 738 = 867

Ответ: В - 7, Л - 8, К - 1, И - 2, Т - 9, О - 3, Е - 6.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QW 28-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 +

Самая короткая игра: а другие варианты?

1) Щ. ходит первым и берёт ~~всю~~ все 42 ореха

2) К. ходит вторым и берёт все 58 орехов

3) и Побеждает Король

Ответ: Побеждает Король.

№4 +

Кире не могут ответит „Нет", потому что тогда она месяц, а это противоречие. Кире ответят „Да" потому что тогда она солнышко и говорит правду, а Анфиса месяц.

Ответ: Анфиса - месяц, Кира - солнышко

№5 +

~~[illegible]~~ Так как в этих словах количество букв одинаковое, то и слов из них можно сделать одинаковое количество.

интегральный - 12
параллельный - 12

Ответ: не может. из этого не следует равенство количества слов

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М6F01	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

SO25-40

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Тимошенко

ИМЯ Евангелина

ОТЧЕСТВО Дмитриевна

Дата рождения 20.12.2012

Класс: 6

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SO25-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Так как Кузьма Вопроскин задал нам вопрос, на который мы можем ответить либо „да", либо „нет" это так же поможет нам в определении его „типа".

Рассмотрим 2 варианта:

1. ~~Ел~~ Если мы ответим „да"

значит, Кузьма Вопроскин солнышко, ведь мы сказали „да". Так как на вопрос ~~явл~~ „является ли Кузьма Вопроскин месяцем" (он солнышко) он ответил бы „нет", значит задававший данный вопрос – месяц. Но!!! Так как мы сказали, что Кузьма Вопроскин относится к таким людям, которые могли спросить являюсь ли я месяцем, но ~~Я~~ Кузьма – солнышко, а данный человек – месяц, а значит наш ответ должен был быть „нет", но это полностью изменило решение.

2. Если мы ответим „нет"

значит, Кузьма – месяц. На вопрос является ли Кузьма месяцем Кузьма ответил бы „да". Задававший вопрос – солнышко. И мы сказали, что Кузьма не относится к данному типу, что абсолютно верно.

Кузьма Вопроскин – месяц.

Ответ: Кузьма Вопроскин – месяц.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 2.

Итак, запишем несколько правил по ребусу КИТ + ВОЛ = ЛЕВ.

$Л:2 \neq В$

$К+В<10$

$Л-В=К/К+1$ (или)

$(10+В)-Л=Т$

$(10+В)-Л \neq Л-В$

$Т+Л>10$

для данных правил подходит 1 (В) и 8 (Л) попробуем!

и ещё должно для и о, е остаться 2 цифры, идущие подряд. О для наиболее удобно нам равняется нулю.

Запишем в столбик.

$$\begin{array}{r} КИТ \\ +\ ВОЛ \\ \hline ЛЕВ \end{array} \qquad \begin{array}{r} КИТ \\ +\ 108 \\ \hline 8Е1 \end{array}$$

посмотрим на эти столбцы.

$к+1=8 \quad к=7 \qquad Т+8=11 \quad Т=3$

у нас остались для этого 4 и 5

$$\begin{array}{r} 743 \\ +\ 108 \\ \hline 8Е1 \end{array}$$

$и+1=Е$

$и=4 \quad Е=5$

$$\begin{array}{r} 743 \\ +\ 108 \\ \hline 851 \end{array}$$

+

Ответ: $743+108=851$.

$$\begin{pmatrix} к=7 & В=1 & \\ и=4 & О=0 & Е=5 \\ Т=3 & Л=8 & \end{pmatrix}$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17711

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SO25-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 3

(+)

Наибольшее произведение будет у чисел с большей степенью (кроме 1 и 0 чисел, ведь 1·1=1, сколько бы раз не умножать, а 0·0=0) значит, 2 в 26 степени, ведь 52:2=26.
2^{26}

Ответ: 2^{26}

почему это будет МАКСИМАЛЬНОЕ произведение?

Лист 03 из 05

SO25-40

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SO25-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 4

Все орехи можно раскладывать до горсток даже с одним орехом. Когда все горстки будут по одному ореху, оставшийся (у которого перед ходом все орехи по одному) проиграл. Что бы разложить стопочку по одному ореху надо из ~~кол~~ количества вычесть 1. Так мы получим ходы. Если ходы нечётны — выиграл ~~Щелкунчик~~ Мышиный король, а если чётны — Щелкунчик. тогда: $(9-1)+(11-1)+(13-1)+(17-1)$ мы видим, что все первоначальные числа — нечётны. Из нечёт. вычесть 1 — будет чётно — сумма всех чётных чисел — чётна, значит выиграл Щелкунчик.

Ответ: Щелкунчик.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17СС1

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ SO25-40

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5

Итак, слова как у Мурзика, как у Барбоса все с равным количеством разнообразных букв (тг с повторением). Но!!! если считать, что любое слово (для примера слово-слово) ~~вы~~ если поменять букву „л" на „л" или „е" на „е" ничего не будет. Я про то, что надо вычесть все повторы. (почему?) Тогда у Мурзика – 11 букв, а у Барбоса – 9.

Значит, Мурзик может составить больше слов.

Ответ: Да, может. Мурзик.

причина не в наличии повторяющихся букв, а в их взаимном расположении

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	КГЭУ (г. Казань)
№ группы	Место проведения

HE99-63

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ Тукшаитов

ИМЯ Руслан

ОТЧЕСТВО Алиевич

Дата рождения 19.06.2007

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах**

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Задача 1

$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$

$1+\sqrt{(3x-\sqrt{1-x^2})^2}=10x^2$

$1+|3x-\sqrt{1-x^2}|=10x^2$

ОДЗ: $1-x^2\geq 0 \Rightarrow x\in[-1;1]$.

$$\left[\begin{array}{l} ①\begin{cases} 3x-\sqrt{1-x^2}\geq 0 \\ 1+3x-\sqrt{1-x^2}=10x^2 \end{cases} \\ ②\begin{cases} 3x-\sqrt{1-x^2}<0 \\ 1+\sqrt{1-x^2}-3x=10x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ①\begin{cases} \sqrt{1-x^2}\leq 3x \\ \sqrt{1-x^2}=1+3x-10x^2 \end{cases} \\ ②\begin{cases} \sqrt{1-x^2}>3x \\ \sqrt{1-x^2}=10x^2+3x-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Решим оба пункта.

$$① \begin{cases} \sqrt{1-x^2}\leq 3x. \\ (1-x^2)-9x^2+(3x-\sqrt{1-x^2})=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2\leq 9x^2 \\ x\geq 0 \\ (\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x)+ \end{cases}$$

$$+(3x-\sqrt{1-x^2})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10x^2\geq 1 \\ x\geq 0 \\ (\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x-1)=0. \end{cases}$$

$(\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x-1)=0$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{1-x^2}=3x \\ \sqrt{1-x^2}=1-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-x^2=9x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-x^2=1-6x+9x^2 \\ 3x\leq 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}} \\ x\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x(10x-6)=0 \\ x\leq\frac{1}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=0{,}6 \end{array}\right. \\ x\leq\frac{1}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\sqrt{10}}{10} \\ x=0 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} x\geq\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{\sqrt{10}}{10} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{10}}{10}.$$

$$② \begin{cases} 3x-\sqrt{1-x^2}<0. \\ (1+x^2)+9x^2+(\sqrt{1-x^2}-3x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1-x^2}>3x \\ (\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x)+ \\ +(\sqrt{1-x^2}-3x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЕ99-63

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1-x^2>9x^2 \\ x<0 \end{array}\right. \\ (\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x+1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2<\frac{1}{10} \\ x<0 \end{array}\right. \\ (\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x+1)= \end{cases}$$

a) $(\sqrt{1-x^2}-3x)(\sqrt{1-x^2}+3x+1)=0.$

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{1-x^2}=3x \\ \sqrt{1-x^2}=-1-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-x^2=9x^2 \\ x\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-x^2=1+6x+9x^2 \\ x\leq -\frac{1}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \{ x=\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \begin{cases} x(10x+6)=0 \\ x\leq -\frac{1}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{\sqrt{10}} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-0,6 \end{array}\right. \\ x\leq -\frac{1}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{\sqrt{10}} \\ x=-0,6. \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2<\frac{1}{10} \\ x<0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{\sqrt{10}} \\ x=-0,6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=-0,6.$$

+

Получили два корня $x_1=-0,6$; $x_2=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Ответ: да, есть наимен. корни, $x_{max}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

максимальный по модулю: $x=-0,6$

Минимальный: $\frac{\sqrt{10}}{10}$

№2.

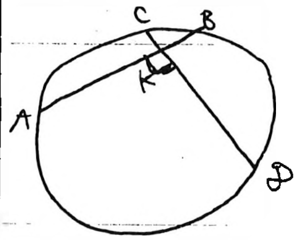
~~Из условия экран пропускает 21%, а не пропускает 79%~~

~~Пусть на экран падает x лучей. Первый экран пропустит $0,21x$ лучей, а после второй пропустит $0,21\cdot(0,21x)=0,0441x$ лучей.~~

~~Значит два экрана пропускают: $\frac{0,0441x}{x}\cdot 100\%=4,41\%$ лучей, а значит не пропускают: $100\%-4,41\%=95,59\%$~~

~~Ответ: 95,59%~~

Задача 3.



Должно выполняться равенство:

$AK\cdot KB = CK\cdot KD$, но в нашем случае

$1\cdot 4 \neq 2\cdot 3$, значит, такого не может быть.

+

Ответ: нет решения

Задача 5

(по биному Ньютона)

$(2023+1)^{2026} - (2023+1)(2023+3) + 2025 =$

$= (2023^{2026} + C^1_{2026}\cdot 2023^{2025} + C^2_{2026}\cdot 2023^{2024} + \ldots + C^{2025}_{2026}\cdot 2023 + 1) =$

$- 2023^2 - 4\cdot 2023 - 3 + 2025 \underset{2023^2}{\equiv} C^{2025}_{2026}\cdot 2023 + 1 - 4\cdot 2023 + 2022$

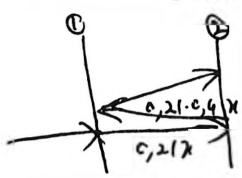
$= 2026\cdot 2023 + 2023 - 4\cdot 2023 = 2023^2 \underset{2023^2}{\equiv} 0$, значит число делится.

В решении использовалось, что 2023^n, где $n \in N$ и $n \geq 2$, то $2023^n \underset{2023^2}{\equiv} 0$

∓ Пояснения?

Ответ: да, это число делится на 2023^2

Задача 2



Пусть на первый экран попадает x лучей, тогда он пропускает дальше 0,21 x лучей. Далее второй экран пропускает $0{,}21^2 x$ лучей и отражает $(0{,}21\cdot 0{,}4)x$, которые снова ~~прохо~~ ~~экраны~~ попадают на первый экран, который отражает $(0{,}21\cdot 0{,}4\cdot 0{,}4)x$ лучей, которые снова попадают на второй экран и уже $(0{,}21^2\cdot 0{,}4^2)x$ этих лучей пропускаются вторым экраном

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 2 (продолжение)

И так далее. То есть общее количество ~~отражённых лучей~~ пропущенных лучей — сумма количество лучей пропущенных вторым экраном после 1,2,3... ~~отражений от него или~~ пропущенных без отражений от второго экрана. Причём количество лучей, пропущенных после k отражений от второго экрана можно вычислить по формуле:

$\cancel{0{,}21x \cdot (0{,}21 \cdot 0{,}4^2)^k}$ $0{,}21^2 x \cdot 0{,}4^{2k}$

Всего пропущено лучей:

$S = 0{,}21^2 x + 0{,}21^2 x \cdot (\cancel{0{,}21} \cdot 0{,}4)^2 + 0{,}21^2 x \cdot (\cancel{0{,}21} \cdot 0{,}4)^4 + \ldots$

Получили сумму геом. прогрессии (бесконечно убывающей) со знаменателем $(0{,}4)^2$

$$S = \frac{0{,}21^2 x}{1 - 0{,}16} = \frac{0{,}21^2 x}{0{,}84} = \frac{(0{,}21)^2 x}{0{,}84} = \frac{0{,}21x}{4} = 0{,}0525x$$

Процент пропущенных лучей:

$\frac{0{,}0525x}{x} \cdot 100\% = 5{,}25\%$. а значит не пропущено было $100\% - 5{,}25\% = 94{,}75\%$.

Ответ: 94,75% (+)

Задача 4.

Пусть роботу нужно пройти в одну сторону k клеток. Количество способов пройти k клеток задаётся рекуррентно. Пусть a_k — количество способов пройти k клеток. У робота есть два варианта либо переместиться на одну клет-

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ НЕ99-63

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

ку и тогда ему останется пройти k-1 клетку, либо переместиться на две клетки и ему останется пройти ~~k-2 клетки~~

То есть: $a_k = a_{k-1} + a_{k-2}$. Количество способов соответствуют числам Фибоначчи $a_0 = 1$, $a_1 = 1$; $a_2 = 2$; $a_3 = 3$, $a_4 = 5$ и т.д.

① I Если робот стоит в одном из концов полоски, то ему просто нужно два раза пройти полоску. Вариантов сделать это: $(a_{2024})^2$

② Если ~~робот~~ мошкуи стоит вне в одном из концов, то он может выбрать сначала идти влево или вправо. ~~Пусть он~~ Пронумеруем клетки от 1 до 2026. Пусть он стоит на i-ой $i \in [2; 2024]$; $i \in N$ клетке, тогда ему нужно будет пройти сначала i-1 клетку, потом 2024, а потом 2025-i клеток, либо сначала 2025-i, потом 2024, а потом i-1 клетку. Заметим, что где бы ни стоял робот, он в любом случае в сумме пройдёт ~~2024·2~~ 4048 клеток. Способов осуществить маршрут во ② случае: $a_{i-1} \cdot a_{2024} \cdot a_{2025-i} \cdot 2$

Чтобы найти максимальное кол-во способов, нужно найти максимальное значение $a_{i-1} \cdot a_{2025-i}$

Но мы понимаем, что максимальное произведение чисел Фибоначчи для одной и той же суммы их номеров (индексов), достигается при их равенстве, то есть максимальное значение будет при ~~i-1=2~~ $i-1 = 2025-i \Rightarrow i = 1013$. Заметим, что при данном значении $a_{1013}^2 \cdot 2 > a_{2024}$, а значит $a_{1013}^2 \cdot a_{2024} \cdot 2 > a_{2024}^2$. Максимальное кол-во достигается, когда ~~робот~~ мошкуи стоит в центре полоски.

Ответ: если мошкуи стоит в центре полоски

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M9F01	БУ ЧР ДПО «Чувашский республиканский институт образования» Минобразования
№ группы	Место проведения

ОЯ65-97

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Федоров

ИМЯ Алексей

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 25.12.2009 **Класс:** 9

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 9 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N1.

$\sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt5}}} = \sqrt{5+12\sqrt{5+4\sqrt{(1+\sqrt5)^2}}} =$

$= \sqrt{5+12\sqrt{5+4|1+\sqrt5|}} = \sqrt{5+12\sqrt{5+4+4\sqrt5}} =$

$1+\sqrt5>0$

$= \sqrt{5+12\sqrt{(2+\sqrt5)^2}} = \sqrt{5+12|2+\sqrt5|} =$

$2+\sqrt5>0$

$= \sqrt{5+24+12\sqrt5} = \sqrt{(3+2\sqrt5)^2} = |3+2\sqrt5| = 3+2\sqrt5 =$

$= 3+\sqrt{20} =$?

Вычисляем $\sqrt{20}$ и добавляем (без калькулятора) к целой части 3.

+

Ответ: можно.

N5. Оценка:

$|x_1-x_2|+|x_2-x_3|+\ldots+|x_{99}-x_{100}|+|x_{100}-x_1|=1$

Заметим, что в каждом из модулей выражение не может быть ≥ 0 или <0, ведь тогда при раскрытии модулей по определению:

1) если ~~конто~~ под каждым модулем число ≥ 0

$x_1-x_2+x_2-x_3\ldots+x_{100}-x_1=0 \neq 1$

2) если под каждым модулем число <0

$-x_1+x_2-x_2+x_3-\ldots-x_{100}+x_1=0 \neq 1$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

Значит хотя бы под одним модулем выражение отрицательно и хотя бы под одним положительно для каждого x;

Раскроем модули по определению и заметим, что или в получившемся выражении содержалось $x_i - x_i$ (т.е. x_i сократилось) или $x_i + x_i$ (что равно $2x_i$) или $-x_i - x_i$ (что равно $-2x_i$). Это значит, что при сокращении выражение имеет вид $2(x_i + \ldots - x_j)$

$2(x_i + \ldots - x_j) = 1$

$x_i + \ldots - x_j = 0{,}5$

Но, т.к. $|x_k| = |-x_k|$, а сумма $x_i + \ldots - x_j = 0{,}5$, то сумма $|x_i| + \ldots + |x_j| \geq 0{,}5$, а значит и

$|x_1| + |x_2| + \ldots + |x_{100}| \geq 0{,}5$

±

Пример:

$x_1 = 0{,}5$; $x_2 = x_3 = \ldots = x_{100} = 0$

$0{,}5 + \Sigma 0 \neq 1$

~~$|0{,}5 - 0| + |0-0| + \ldots + |0-0| + |0-0{,}5| = |0{,}5| + |-0{,}5| = 1$~~

№2.

1) Если $v = u$, то первый букоед все время ел со скоростью $v \frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$, а второй букоед все время ел со скоростью $v \frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$, а значит каждый из них ел с одинаковой постоянной скоростью, а значит и справились они одновременно. +

N2 (продолжение)

2) $v \neq u$; ~~Пусть (не умаляя общности)~~ ~~$v > u$~~

Пусть в каждой книге x букв. Тогда в десяти томах всего $10x$ букв.

Время первого буквоеда равно $\cancel{\frac{5x}{10}}$ $\frac{5x}{v} + \frac{5x}{u}$

первые 5 томов v $\frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$

остальные 5 томов u $\frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$

~~Врем~~ Время второго обозначим за $2t$

$\cancel{2t} =$ $vt + ut = 10x$

первая половина времени со скоростью v $\frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$

Вторая половина времени со скоростью u $\frac{\text{букв}}{\text{минуту}}$

$t(v+u) = 10x$

$t = \frac{10x}{v+u}$

Сравним числа $\frac{5x}{v} + \frac{5x}{u}$ и $\frac{10x}{v+u}$

$$\frac{5xu + 5xv}{vu} > \frac{10x}{v+u} \quad \Big| : x$$

$$\frac{5u + 5v}{vu} > \frac{10}{v+u} \quad \Big| : 5$$

№2 (продолжение 2)

$$\frac{u+v}{vu} > \frac{2}{v+u} \quad \Big| \cdot (v+u)(vu)$$

$$(u+v)^2 > 2vu$$

~~$u^2+2u\ldots$~~

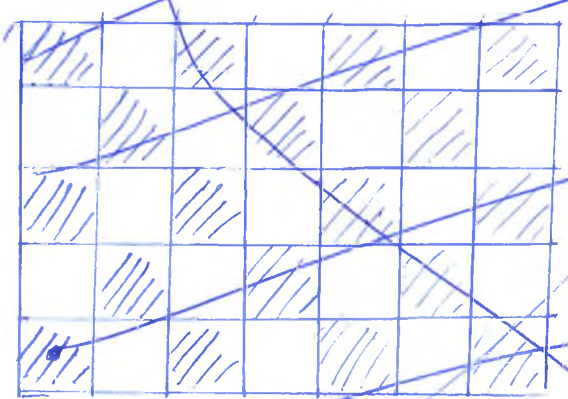
$$u^2+2uv+v^2 > 2vu$$

А это значит, что в таком случае второй буквоед справится быстрее (его время меньше)

Ответ: Если $v=u$, то оба справились за одно и то же время; если $v \neq u$, то второй справился быстрее.

~~№3.~~

~~Раскрасим доску в 2 цвета следующим образом: (шахматная раскраска)~~



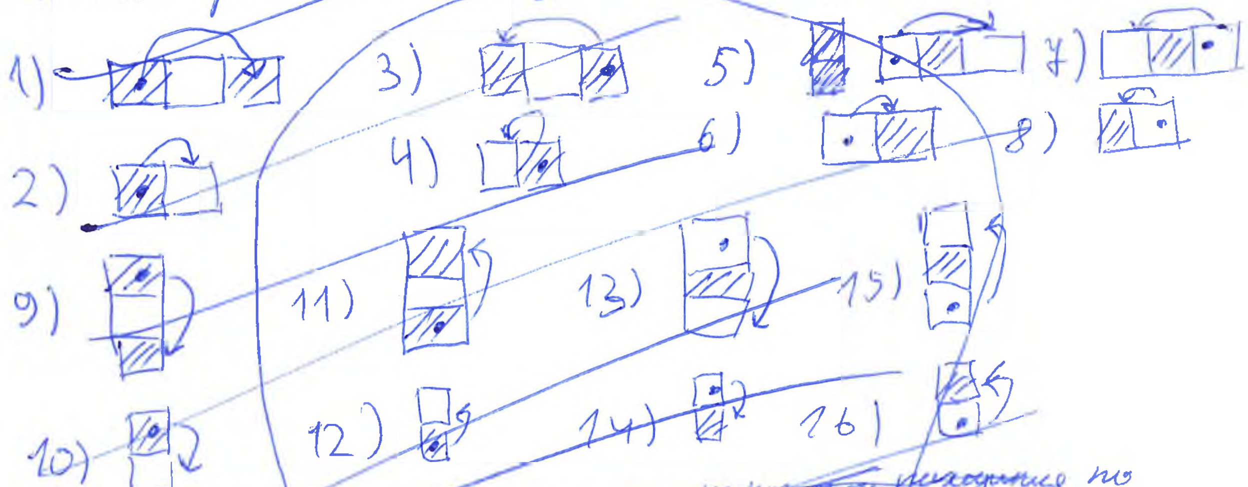
~~Пусть, не умаляя общности (доска симметрична), топотун начинает из левой нижней клетки. Будем называть клетку использованной, если топотун на ней побывал или перепрыгнул через неё (при этом клетку старта топотуна не будем считать использованной до тех пор, пока топотун вновь на ней не окажется.~~

~~— черная клетка~~

~~— белая клетка~~

~~• — топотун.~~

Рассмотрим все возможные виды ходов попотуна.



~~(Первоначальная клетка (на которой находится по~~

Теперь рассмотрим, какие ~~цвета~~ клетки (по цвету) используется за каждый из видов хода

~~Виды 1, 3, 11, 9; 11 – используется 1 черная и 1 белая клетка~~

Первоначальную клетку (на которой находится попотун до хода) будем считать уже использованной (исключение – 1 ход. Но мы договоримся, что будем считать ее неиспользованной до тех пор, пока попотун вновь на нее не вернется)

Виды 1, 3; 9; 11 (из черной в черную) – используется 1 черная и 1 белая клетка

Виды 5; 7; 13; 15 (из белой в белую) – используется 1 черная и 1 белая клетка

Виды 2; 4; 10; 12 (из черной в белую) – используется 1 белая клетка

Виды 6; 8; 14; 16 (из белой в черную) – используется 1 черная клетка

~~Заметим, что изначально на доске 17 неиспользованных белых клеток и 18 неиспользованных черных клеток.~~

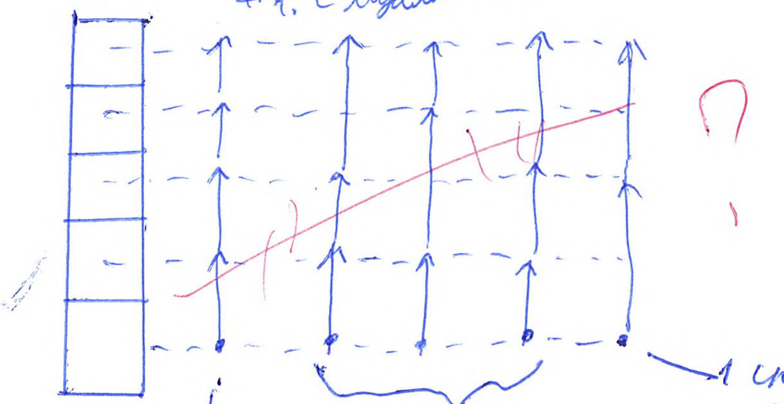
~~За каждый ход из черной~~

~~Если попугай проходит доску и возвращается~~

№3.

Рассмотрим число способов дойти с одного конца вертикали до другого

~~если сходили только на 1 клетку~~

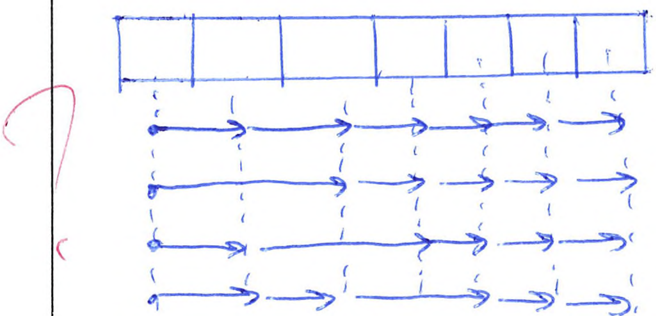


1 способ когда 2 хода по 2 клетки

1 способ когда все ходы по 1 клетке

3 способа когда 1 ход по 2 клетки, а остальные по 1

Рассмотрим число способов дойти с одного конца горизонтали до другого



1 способ когда все ходы по 1 клетке

5 способов когда 1 ход по 2 клетки, а остальные по 1 клетке

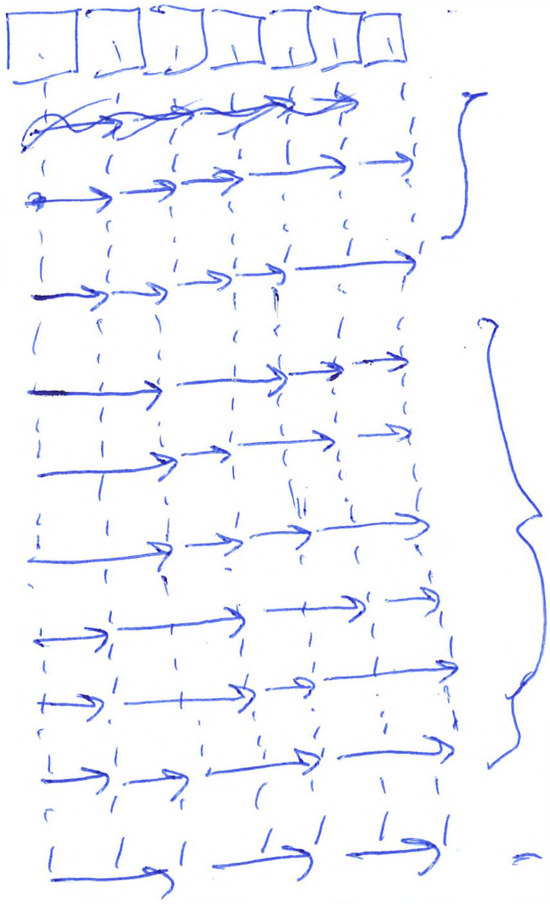
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 0Я 65-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение)



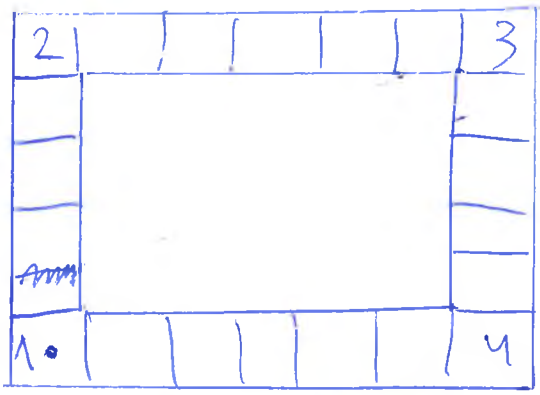
6 способов когда 2 хода по 2 клетки, а остальные по 1 клетке

— 1 способ когда 3 хода по 2 клетки

Пусть, не умаляя общности, попрыгун начинает из левой нижней клетки

Тогда способов из 1 в 2 всего 1+3+1=5

способов из 2 в 3 всего 1+5+6+1=~~13~~ 13



способов из 3 в 4 всего 1+3+1=5

способов из 4 в 1 всего 1+5+6+1=13

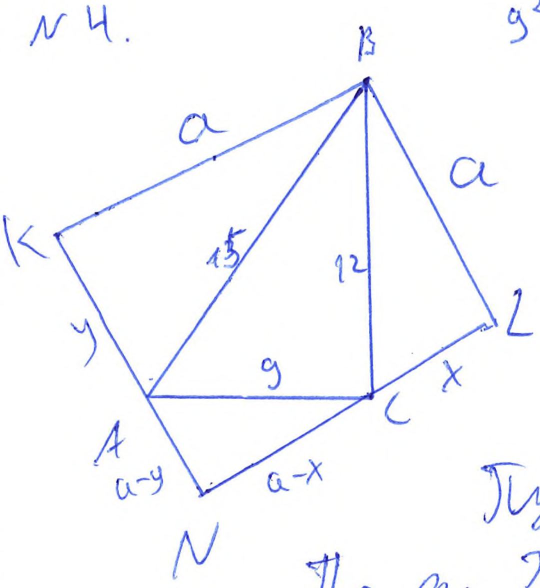
Значит всего способов 5·13·5·13= 4225

Ответ: 4225 способов

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 4.



$9^2+12^2=15^2 \Rightarrow ABC$ - прямоуг. $\triangle$ (по обр. т. Пиф.)

Пусть сторона квадрата равна a;

~~По т. Пифагора~~

$KBLN$ - квадрат

Пусть $CL = x$; $AK = y$

По т. Пифагора верно

$$\begin{cases} a^2+y^2=15^2 \\ a^2+x^2=12^2 \\ (a-y)^2+(a-x)^2=9^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+y^2=225 \\ a^2+x^2=144 \\ (a-y)^2+(a-x)^2=81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2+y^2=225 \\ a^2+x^2=144 \\ a^2-2ay+y^2+a^2-2ax+x^2=81 \end{cases}$$

$$(2a^2+y^2+x^2)-(2a^2+x^2+y^2-2ay-2ax)=369-81=$$

$$=288$$

$$2ax+2ay=288$$

$$a(x+y)=144$$

$$S=\frac{ay}{2}+\frac{ax}{2}+\frac{(a-x)(a-y)}{2}+\frac{9\cdot12}{2}=a^2$$

$$144+a^2-ax-ay+xy+108=2a^2$$

$$144-144+xy+108=a^2$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4 (продолжение)

$xy+108=a^2$

$\frac{(x+y)^2-x^2-y^2}{2}+108=a^2$

$\frac{(x+y)^2-(369-2a^2)}{2}+108=a^2$

$2(x+y)^2-2(369-2a^2)+108=a^2$

$2(x^2+2xy+y^2)-\cancel{4}628+4a^2+108=a^2$

$2(x+y)^2-520-3a^2=0$ и ??

$\frac{-}{+}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F02	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

AL24-44

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Фомин

ИМЯ Андрей

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 10.12.2008 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AL24-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

$x^{2025}-2025x+2024 = x^{2025}-x^{2024}+x^{2024}-x^{2023}+\ldots+x^3-x^2+x^2-x-2024x+2024 =$

$=(x-1)(x^{2024}+x^{2023}+\ldots+x^2+x-2024)=A$

$P(x)=x^{2024}+x^{2023}+\ldots+x^2+x-2024$

$P(1)=\underbrace{1+1+\ldots+1+1}_{2024р}-2024=0 \Rightarrow P(x)\vdots(x-1) \Rightarrow$ Безу

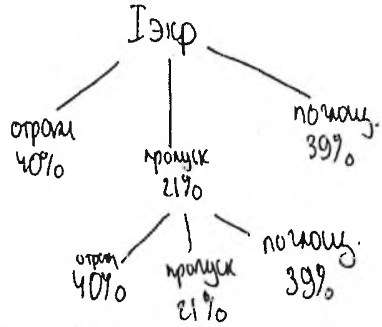
$A=(x-1)^2(x^{2023}+2x^{2022}+\ldots+2023x+2024)\vdots(x-1)^2$

+

Ответ: да.

№1.

Нарисуем дерево вариантов



Из всех лучей будут пропущены только те, что прошли через оба экрана, т.е. $0{,}21\cdot0{,}21=0{,}0441 \Rightarrow$

не пропущено $1-0{,}0441=0{,}9559$

Ответ: $95{,}\cancel{59\%}$

2 р. отр

+

№4

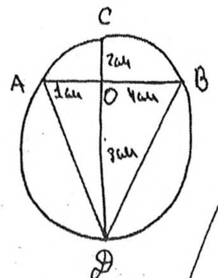
Заметим, что т.к. хорды пересекаются, то произведение отрезков хорд должно быть равно ⇒

1см·4см = 2см·3см; 4=6-1 ⇒ такой картинки быть не может, противоречие

Ответ: некорректное условие задачи не выполняется свойство хорд.

+

№4



Дано:
$AB \perp CD$
$AB \cap CD = \{O\}$.
$AO = 1$см
$OB = 4$см
$CO = 2$см
$OD = 3$см

$S_{кр}$ - ?

1. [AD]; [DB]; по т. Пифагора
$AD = \sqrt{DO^2 + AO^2} = \sqrt{10}$см
$BD = \sqrt{DO^2 + OB^2} = 5$см.

2. По формуле площади треугольника через радиус описанной окружности $S_{ABD} = \frac{AD \cdot DB \cdot AB}{4R_{кр}}$; $S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot 3см \cdot 5см = \frac{15}{2}см^2$, т.к. $DO \perp AB$.

$\frac{15}{2}см^2 = \frac{\sqrt{10}см \cdot 5см \cdot 5см}{4R_{кр}}$

$60см^2 \cdot R_{кр} = 50см^2 \cdot \sqrt{10}см$; $R_{кр} = \frac{5}{6}\sqrt{10}см$

3. По формуле площади круга $S = \pi R_{кр}^2 = \pi \cdot \frac{\overset{5}{25}}{\underset{18}{\cancel{36}}} \cdot \cancel{10}см^2 =$
$= \frac{125}{18}\pi$

Ответ: $\frac{125}{18}\pi$.

№2.

$$1 - x^2 + \sqrt[3]{8x^3 - 1 - 3 \cdot 4x^2\sqrt[3]{1-x^2} + x^2 + 6x\sqrt[3]{x^4 - 2x^2 + 1}} = 2x$$

] $1 - x^2 = u$
$2x = v$ $\Rightarrow v - u = \sqrt[3]{v^3 - 1 - 3v^2\sqrt[3]{u} + 3v\sqrt[3]{u^2} - u + 1}$;

$v - u = \sqrt[3]{(v - \sqrt[3]{u})^3}$; $v - u = v - \sqrt[3]{u}$;

$u = \sqrt[3]{u} \mid \wedge 3$
$u^3 = u$; $u(u-1)(u+1) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} u = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \\ u = 1 \Rightarrow x = 0 \\ u = -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right. \Rightarrow \text{положительные корни} - x = 1; x = \sqrt{2}.$$

Ответ: максимальный по модулю – $\sqrt{2}$.
~~минимальный – \ X!~~
по модулю положительный корень
минимальный по модулю из всех корней – 0.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Заметим, что каждое из чисел x можно представить через слагаемые 1 и 2 столькими же способами, сколько нужно, чтобы составить число $(x-1)$ или $(x-2)$, причем т.к. число 1 представляется 1м способом, 2 - 2сп, 3-3сп. и т.д., то для числа x кол-во вариантов - F_{x+1}, где F_n - n-ое число Фибоначчи. Количество вариантов, которое требуется максимизировать - $F_x \cdot F_{2025-x} \cdot F_{2025}$. Заметим, что с увеличением разницы между x и $2025-x$ произведение становится больше из-за увеличения разности между соседними числами $\Rightarrow$ max произведение - при $x=2025$, т.е. при постановке в крайнее значение

Ответ: крайнее положение

Док-во?

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F03	МЭИ с использованием ВКС

№ группы — Место проведения

VF23-16

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Фролов

ИМЯ Александр

ОТЧЕСТВО Сергеевич

Дата рождения 18.10.2007

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 8 **листах**

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$$

ОДЗ: $\begin{cases}1-x^2\geq 0,\\ 1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}\geq 0;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(x+1)\leq 0\\ \left(3x-\sqrt{1-x^2}\right)^2\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\in[-1;1]$

$$1+\sqrt{\left(3x-\sqrt{1-x^2}\right)^2}=10x^2$$

$$1+\left|3x-\sqrt{1-x^2}\right|=10x^2$$

1). $3x-\sqrt{1-x^2}\leq 0$

$$\sqrt{1-x^2}\geq 3x$$

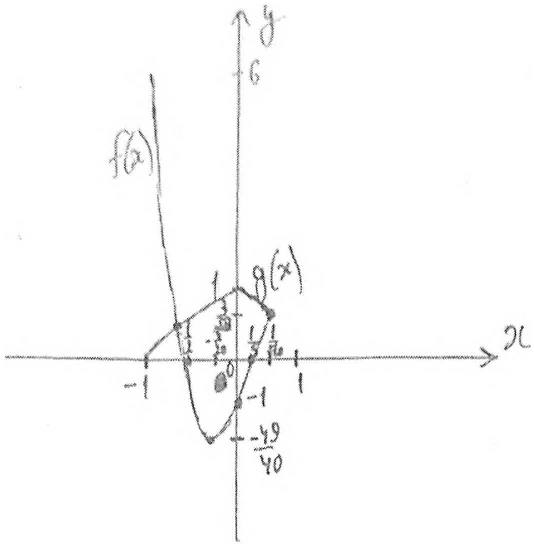
$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x<0,\\ 1-x^2\geq 0,\end{cases}\\ \begin{cases}3x\geq 0,\\ 1-x^2\geq 9x^2;\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\in[-1;0),\\ \begin{cases}x\geq 0,\\ (\sqrt{10}x-1)(\sqrt{10}x+1)\leq 0;\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\in[-1;0),\\ \begin{cases}x\geq 0,\\ x\in\left[-\frac{1}{\sqrt{10}};\frac{1}{\sqrt{10}}\right];\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\left[-1;\frac{1}{\sqrt{10}}\right]$

$$1+\sqrt{1-x^2}-3x=10x^2$$

$$\sqrt{1-x^2}=10x^2+3x-1$$

Рассмотрим $g(x)=\sqrt{1-x^2}$ и $f(x)=10x^2+3x-1$ при $x\in\left[-1;\frac{1}{\sqrt{10}}\right]$:



1. $f(x) = 10x^2+3x-1$, график – парабола, ветви – вверх

вершина: $x_0 = -\frac{3}{2\cdot 10} = -\frac{3}{20}$; $f(x_0) = \frac{10\cdot 9}{400} - \frac{9}{20} - 1 =$

$= \frac{90}{400} - \frac{9}{20} - 1 = \frac{9}{40} - \frac{18}{40} - \frac{40}{40} = \frac{-9-40}{40} = -\frac{49}{40}$

Нули функции: $f(x)=0$: $10x^2+3x-1=0$

$D = 9+40 = 49$; $\sqrt{D}=7$

$x_1 = \frac{-3-7}{20} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{5}$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{10}{10} + \frac{3}{\sqrt{10}} - 1 = \frac{3}{\sqrt{10}}$; $f(-1) = 10-3-1=6$

2. $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, при $x\in[-1;0]$ – монотонно возр.:

$f(-1)=0$; $f(0)=1$, при $x\in\left[0;\frac{1}{\sqrt{10}}\right]$ – монотонно уб-щая:

$f\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Заметим, что ур-е имеет не более 1 корня $x\in[-1;0]$, т.к. при $x\in\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$ $f(x)$ – монотонно уб-щая, а при $x\in\left[-\frac{1}{2};0\right]$ – монотонно возр. однако $f(0)=-1<0$ (значит не более 1 корня при $x\in[-1;0]$) $g(x)$ при $x\in[-1;0]$ – монотонно возр. подбирается корень

$\boxed{x = -\frac{12}{20}} = -\frac{9}{4}$ Действительно, $g\left(-\frac{12}{20}\right) = \sqrt{1-\frac{144}{400}} = \sqrt{\frac{256}{400}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

$f\left(-\frac{12}{20}\right) = \frac{10\cdot 144}{400} - \frac{3\cdot 12}{20} - 1 = \frac{144}{40} - \frac{3\cdot 3}{5} - 1 = \frac{18}{5} - \frac{9}{5} - 1 =$

$= \frac{4}{5}$. Далее заметим, что при $x\ [0; \frac{1}{\sqrt{10}}]$ ф-я g - монотонно уб-щая, а ф-я f - монотонно возрастающая, а значит, они имеют не более 1 корня. Заметим, что $f\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = g\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{\sqrt{10}}}$ — корень.

2) $3x - \sqrt{1-x^2} > 0$

$\sqrt{1-x^2} < 3x$

$\begin{cases} 1-x^2 < 9x^2; \\ x\in[-1;1]; \end{cases}$ $\begin{cases} 10x^2-1>0; \\ x\in[-1;1]; \end{cases}$ $\begin{cases} x\in(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{10}})\cup(\frac{1}{\sqrt{10}}; +\infty) \\ x\in[-1;1] \end{cases}$

$x \in \left(\frac{1}{\sqrt{10}}; 1\right]$

$1 + 3x - \sqrt{1-x^2} = 10x^2$

$\sqrt{1-x^2} = -10x^2 + 3x + 1$

Рассмотрим $f(x) = -10x^2 + 3x + 1$ и $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ при $x \in \left(\frac{1}{\sqrt{10}}; 1\right]$

1. $f(x) = -10x^2 + 3x + 1$, график - парабола, ветви - вниз. Координаты вершины: $x_0 = \frac{3}{20}$; $f(x_0) = \frac{-10\cdot 9}{400} + \frac{9}{20} + 1 =$
$= -\frac{9}{40} + \frac{18}{40} + 1 = \frac{9}{40} + 1 = \frac{49}{40}$; при $x \in \left(\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{3}{20}\right]$ - монотонно возр-щая; при $x \in \left[\frac{3}{20}; 1\right]$ - монотонно уб-щая

$f\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = -1 + \frac{3}{\sqrt{10}} + 1 = \frac{3}{\sqrt{10}}$; $f(1) = -10 + 3 + 1 = -6$.

Нули ф-ии:

$f(x)=0$

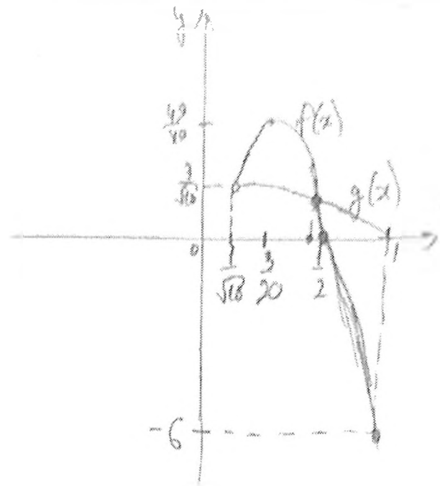
$-10x^2+3x+1=0$

$10x^2-3x-1=0$

$D=49;\ \sqrt{D}=7$

$x_1=\frac{3-7}{20}=-\frac{1}{5}$

$x_2=\frac{1}{2}$



2. $g(x)=\sqrt{1-x^2}$

при $x\in\left(\frac{1}{\sqrt{10}};1\right]$ – монотонно уб-щая (и значительно большей скорости убывания ф-ии f)

$f(x)$ и $g(x)$ в силу монотонности имеют не более 1 корня при $x\in\left(\frac{3}{20};\frac{1}{2}\right)$.

Заметим, что этот корень по модулю больше, чем $x=\frac{1}{\sqrt{10}}$, но меньше, чем $x=-\frac{12}{20}=-\frac{3}{5}$

Таким образом, ур-е имеет 2 положительных корня

Максимальный по модулю: $x=$ ~~$\frac{12}{20}$~~ $-\frac{3}{5}$

Минимальный по модулю: $x=\frac{1}{\sqrt{10}}$

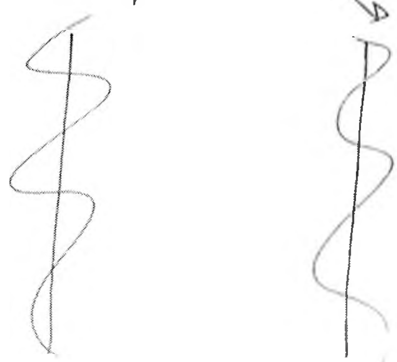
не рав.

Ответ: да (имеет корни, среди которых есть положительные); ~~$x=\frac{12}{20}$~~; $x=\frac{1}{\sqrt{10}}$ (минимальный по модулю)

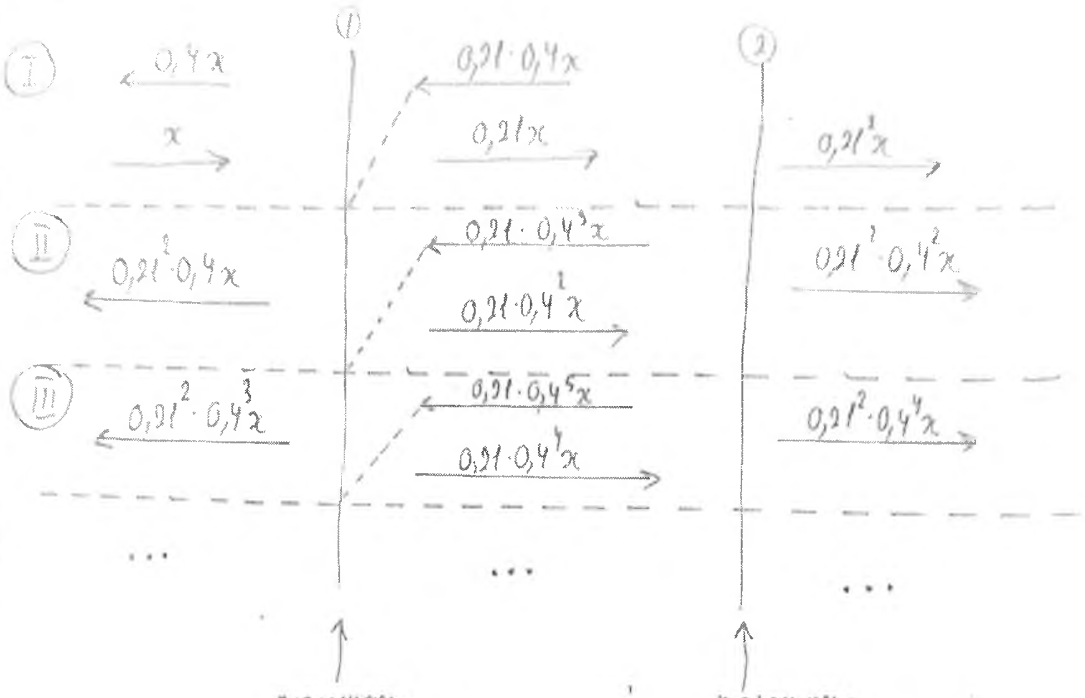
$x=-\frac{3}{5}$ (максимальный по модулю)

№2

Обозначим все лучи за x → $0{,}4x$ отражается; → $0{,}21x$ пропускается; → $0{,}39x$ поглощается



расположим 2 экрана:



поглощает

$0{,}39x + 0{,}39\cdot 0{,}21\, 0{,}4x + {}$
$+ 0{,}39\cdot 0{,}21\cdot 0{,}4^3x + \dots$

поглощает

$0{,}21\cdot 0{,}39x + 0{,}39\cdot 0{,}21\cdot 0{,}4^2x + {}$
$+ 0{,}39\cdot 0{,}21\cdot 0{,}4^4x + \dots$

Здесь ① и ② – последовательно расположенные экраны. Мы рассматриваем итерации Ⓘ; Ⓘⓘ; Ⓘⓘⓘ и т.д. (изначальный поток лучей x не входит ни в одну из итераций). В первом столбце имеются лучи, ушедшие в обратном направлении, их мы считаем не прошедшими; под каждым из экранов записана сумма поглощенных лучей, считаем их не прошедшими; во втором столбце показан ход лучей между экранами; в третьем столбце – лучи, прошедшие через оба экрана. Посчитаем кол-во лучей, прошедших через оба экрана и вычтем из общего кол-ва лучей x:

$$0{,}21^2x + 0{,}21^2\cdot 0{,}4^2x + 0{,}21^2\cdot 0{,}4^4x + \dots = 0{,}21^2x\,(1 + 0{,}4^2 + 0{,}4^4 + \dots)$$

Заметим, что $1 + 0{,}4^2 + 0{,}4^4 + \dots$ ← сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $1 + 0{,}4^2 + 0{,}4^4 + \dots =$

$= \frac{1}{1-0,4^2} = \frac{1}{1-0,16} = \frac{1}{0,84}$

Тогда: $0,21^2 x \cdot \frac{1}{0,84} = \frac{0,0441x}{0,84} = \frac{441x}{8400} = \frac{147x}{2800}$

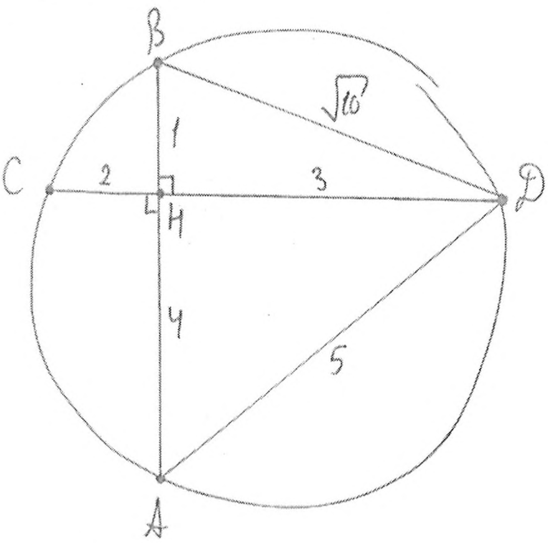
$x - \frac{147x}{2800} = \frac{2653x}{2800}$

Искомый процент: $\frac{\frac{2653x}{2800}}{x} \cdot 100\% = \frac{2653}{28}\% =$

$= 94\frac{21}{28}\% = 94\frac{3}{4}\% = 94,75\%.$

Ответ: 94,75%.

№3



Пусть $AB \cap CD = H$, где AB и CD — хорды, данные в условии. Пусть $BH = 1$см; $AH = 4$см; $CH = 2$см; $DH = 3$см

Найти:
$S_{кр}$ — ?

Решение:

1) Проведём хорды BD и AD. $\triangle BHD$ и $\triangle AHD$ — прямоугольные, тогда, по т. Пифагора, $BD^2 = BH^2 + DH^2 \Rightarrow BD = \sqrt{10}$; аналогично, $AD^2 = AH^2 + DH^2 \Rightarrow AD = 5$

2) $S_{BAD} = \frac{1}{2} DH \cdot AB$ (т.к. $DH \perp AB \Rightarrow DH$ — высота $\triangle ABC$)

$S_{BAD} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{15}{2}$. Заметим, что $\triangle BAD$ яв-ся вписанным в исходную окружность. Площадь треугольника, его

~~сторона и радиус его описанной окружности связаны формулой: $S = \frac{abc}{4R} \to R = \frac{abc}{4S}$, тогда в нашем случае:~~

~~$$R = \frac{AB \cdot BD \cdot AD}{4S_{BAD}} = \frac{5 \cdot \sqrt{10} \cdot 5}{4 \cdot \frac{15}{2}} = \frac{25\sqrt{10}}{2 \cdot 15} = \frac{5\sqrt{10}}{6}$$~~

~~3) Площадь круга: $S_{кр} = \pi R^2 = \frac{25 \cdot 10}{36} \cdot \pi = \frac{25 \cdot 5}{18} \cdot \pi = \frac{125\pi}{18} см^2$~~

~~4) Сделаем пометку о том, что если оказалось, что $CH = 3$; $DH = 2$, то проведём хорды CB и AC и получим треугольник, равный тому, что фигурировал в решении, а значит, получим то же значение площади круга. Оно и неудивительно, ведь по сути мы получаем фиксированный треугольник при любом распределении значений хорд, а значит, имеем фиксированный радиус окружности, т.е. окружность задаётся однозначно по данным нам перпендикулярным хордам.~~ * Заметим, что при данном разбиении хорд не выполняется равенство произведений отрезков секущих: $BH \cdot AH \neq CH \cdot DH$, действительно, $1 \cdot 4 \neq 2 \cdot 3$

~~Ответ: $\frac{125\pi}{18} см^2$.~~

Ответ: такого круга не существует.

+

№5

Верно ли, что $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \vdots 2023^2$?

Рассмотрим $2024^{2026} = (2023+1)^{2026} = 2023^{2026} + C_{2026}^{2025} \cdot 2023^{2025} + C_{2026}^{2024} \cdot 2023^{2024} + \ldots + C_{2026}^{3} \cdot 2023^3 + C_{2026}^{2} \cdot 2023^2 + C_{2026}^{1} \cdot 2023 + 1$. по биному Ньютона

Заметим, что вся сумма до слагаемого $C_{2026}^{2} \cdot 2023^2$ ~~при~~ включительно делится на 2023^2.

Тогда рассмотрим исходное выражение по $\mod 2023^2$:

$$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \underset{2023^2}{\equiv} C_{2026}^{1} \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 \underset{2023^2}{\equiv}$$

$$\underset{2023^2}{\equiv} 2026 \cdot 2023 - 2024 \cdot 2026 + 2026 \underset{2023^2}{\equiv} 2026 \cdot 2023 - 2023 \cdot 2026 \underset{2023^2}{\equiv} 0$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Таким образом, $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \underset{2023^2}{\equiv} 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + \cancel{2025}\, 2025 \ \vdots\ 2023^2$

Ответ: да

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M7F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

LC93-11

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Ханмагомедова

ИМЯ Мелек

ОТЧЕСТВО Риадовна

Дата рождения 06.12.2010 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1

Если кольцо не сядет на указательный палец, то оно сядет на средний, и не сядет на безымянный. Так как кольцо село на ~~безымянный~~ средний палец, то оно должно сесть на безымянный и не сесть на указательный. Получилось, что кольцо одновременно должно и не должно сидеть на безымянном пальце. Противоречие.

Значит, кольцо сядет на указательный палец. Теперь принцесса не сможет носить кольцо на среднем и безымянном пальце, поскольку это противоречит условию.

Ответ: на указательном

№5

$uv = vw = wu = 2025$

Для начала рассмотрим uv и vw. Так как оба произведения равны, каждую часть можно сократить на v. Получаем: $u = w$.

Тоже самое можно сделать с двумя другими парами (vw и wu, uv и wu).

Отсюда следует, что:

$v = w = u$.

Раз все величины между собой равны, обозначим каждую из них за x. Надо найти x.

$x^2 = x^2 = x^2 = 2025$

$x = \pm\sqrt[2]{2025}$

$x = \pm 45$

Ответ: 45; -45

№3

Величина S всегда положительна: она состоит из трёх неотрицательных слагаемых, одно из которых точно должно быть больше 0.

Чтобы S было наименьшим - два слагаемых равны нулю, а ещё одно как можно меньше.

~~их решение может 0.~~

Пусть:

$c=0$

$a=0$

Подставим свои значения в выражение

$|0-0|+|0-t|+|t-0|=1$

$2t=1$

$t=\frac{1}{2}$

+

Мы нашли значение t.

$S=|0|+|0|+|\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

№4

Пусть первые 5 томов буквоед съел за x времени. Далее отдыхал 2x времени. Затем осталось еще 5 томов, которые он должен съесть за x времени.

Всего он потратил бы 4x (6X) времени. 2x (4X) времени буквоед ел, а 2x времени - отдыхал. За 2x времени буквоед съел 10 томов.

—

$\frac{2 \cdot 90}{10}=18$ букв в минуту (4)

Ответ: 18 букв в минуту.

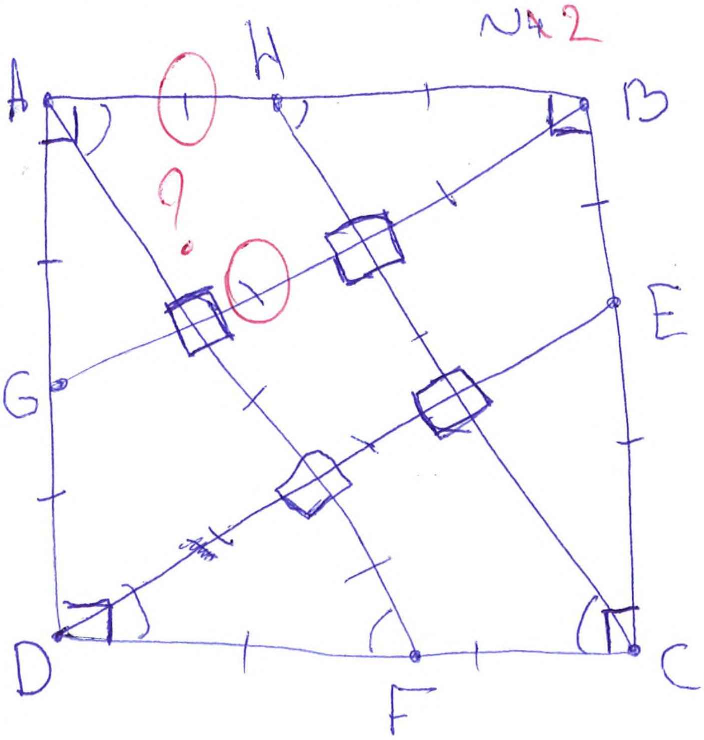
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ LC 93-11

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№42



Сторона квадрата ABCD равна 45 м.

Обозначим на рисунке равные ~~сторона~~ сторона и углы.

Мы получили, что ~~центра~~ четырёхугольник внутри квадрата тоже квадрат. Его сторона в 3 раза меньше, чем сторона ABCD. Она равна 45/3 = 15 м.

+

$S = 15 \cdot 15 = 225$ м^2

Ответ: 225 м^2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F03	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VF23-65

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Черабаев

ИМЯ Степан

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 20.04.2007

Класс: 11

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 9 **листах**

Дата выполнения работы: 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

задача 2.

Ответ: 5,25%

Заметим, что от первого луча отразятся и поглотятся 79% лучей — они точно не выйдут. Сквозь первый лист пройдёт 21% лучей. ~~Заметим те лучи~~ Затем те лучи, которые пройдут по итогу через оба экрана должны отразиться чётное число раз от двух экранов и пройти через второй. Вероятность того, что луч отразится ноль раз и пройдёт 0,21, вероятность, что отразится 2 раза $(0,4^2)\cdot 0,21$, что 4 раза $(0,4^4)$ умножить ~~[illegible]~~ 0,21 и так далее. То есть

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

мы хотим посчитать сумму 21%·
умножить $(0,21 + 0,21 \cdot (0,16) +$
$+ 0,21 \cdot (0,16)^2 + \dots)$ вынесем
за скобку 0,21 и получим 21%·
$\cdot\ 0,21 \cdot (1 + 0,16 + 0,16^2 + \dots)$
Сумма в скобках — это сумма
степеней числа, сумма до n степени равна $(1 - 0,16^n)/(1 - 0,16)$ при n стремящимся
к бесконечности
$0,16^n$ стремится к 0, значит,
эта бесконечная сумма равна
$1/(1 - 0,16)$, следовательно

VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

всё выражение равно ~~0,84~~ $0{,}21 \cdot 21 / (0{,}84)$ % = 5,25% лучей пройдёт через два листа.

а не пройдёт?

задача 5.

Обозначим $2023 = x$, тогда: $2024^{2026} = (x+1)^{2026} = x^{2026} + C^1_{2026} \cdot x^{2025} + C^2_{2026} \cdot x^{2024} + \ldots + C^{2025}_{2026} \cdot x + 1$

заметим, что все слагаемые кроме двух последних делятся на $x^2 = 2023^2$

$\Rightarrow 2024^{2026} \underset{2023^2}{\equiv} C^{2025}_{2026} \cdot x + 1 =$

$= 2026x + 1 = 2026 \cdot 2023 + 1 =$

$= 2023^2 + 3 \cdot 2023 + 1 \equiv$

$\underset{2023^2}{\equiv} 3 \cdot 2023 + 1 = 6070$

Итак, мы посчитали остаток 2024^{2026} при делении на 2023^2 — он равен 6070

VF23-65

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~Минус~~ $-2024 \cdot 2026 = -(2023+1)\cdot(2023+3) = -(2023^2 + 4 \cdot 2023 + 3) \Rightarrow$ Остаток $-2024 \cdot 2026 = -4 \cdot 2023 - 3$

Теперь заменим все числа на остатки $6070 - 8095 + 2025 = 0$ То есть выражение делится на 2023^2 +

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3.

Если посчитать степень точки пересечения хорд, то с одной стороны она равна $1 \cdot 4 = 4$, а с другой $2 \cdot 3 = 6$, что не может быть, так как степень точки одна и произведения должны быть равны. Следововательно, описанная в задаче ситуация не возможна.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ___________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF 23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4.

Ответ: если мы будем начинать из крайней клетки.

Разделим весь путь на три этапа.

Первый: из начальной в 1-ую крайнюю, второй: из 1ой крайней во вторую крайнюю, третий из второй крайней в начальную.

Понятно, что количество способов преодолеть все 3 этапа - это произведение количества способов преодолеть каждый из них.

Заметим, что кол-во способов преодолеть второй этап никак не зависит от начального положения. А теперь, мы хотим посчитать произведение способов преодолеть 1 и 3 этапы

Но заметим, что оно просто равно кол-ву способов добраться из одного конца до другого, проходя при этом через k-ю клетку (k - она это начальная), действительно, ведь это кол-во равно произведению числа способов дойти из 2-ой крайней в k-ую, умножить на кол-во способов дойти из

VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

к-ом в первую крайнюю – в юности, что нам нужно, только множители переставлены местами.

Заметим, что если юноша будет стоять в крайней, то произведение способов 1 и 3 этапов будет просто равно кол-ву способов дойти из одного края в другой, а если он будет стоять не в крайней, а в клетке с номером k, например, то это будет количество способов дойти из одного края в другой, заходя при этом в клетку k, что очевидно не больше

Задание 1

$$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$$

$$\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2-1$$

$$10x^2-1\geq 0$$

$$\cancel{\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}}=$$

$$\cancel{1+}8x^2-6x\sqrt{1-x^2}=100x^4-20x^2+\cancel{1}$$

$$-6x\sqrt{1-x^2}=100x^4-28x^2$$

$$100x^4-28x^2+6x\sqrt{1-x^2}=0$$

$$x\left(100x^3-28x+6\sqrt{1-x^2}\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \ (**) \\ \\ 100x^3-28x=-6\sqrt{1-x^2} \ * \end{array}\right.$$

(*) при усл: $100x^3-28x\geq 0$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ____________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF23-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$10000x^6 - 5600x^4 + 784 = 36(1-x^2)$

$28 \times 2 = 5600$

$28 \times 28 = 784$

$784 - 36 = 748$

$748 : 2 = 374$

$374 : 2 = 187$

$10.000x^6 - 5600x^4 + 784 - 36 + 36x^2 = 0$

$10.000x^6 - 5600x^4 + 36x^2 + 748 = 0$

$5000x^6 - 2800x^4 + 18x^2 + 374 = 0$

$2500x^6 - 2300x^4 + 9x^2 + 187 = 0$

Уравнение не имеет корней

~~Ответ максимальный и минимальный совпадает и равен нулю~~

$|x|$ не подх. под ОДЗ

Ответ: нет

VF23-65

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

IE45-64

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Черешкевич

ИМЯ Юрий

ОТЧЕСТВО Павлович

Дата рождения 21.06.2010 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! JE45-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

т.к. $x_1 x_2 = x_1 x_{2025}$, то $x_1(x_2 - x_{2025}) = 0$, при этом очевидно $x_1 \neq 0$ т.е. $x_2 = x_{2025}$. Посмотрим на равенство $x_{i-1} \cdot x_i = x_i x_{i+1}$, т.е. $x_i(x_{i-1} - x_{i+1}) = 0$, очевидно $x_i \neq 0$ т.к. иначе $x_i \cdot x_{i-1} = 0$ т.е. $x_{i-1} = x_{i+1}$ т.к. $i+1$ и $i-1$ одинаковой четности, то x с нечетным индексом $2k+1$ равен x с нечетным индексом $2n+1$ и также x с четным индексом $2m$ равен x с четным индексом $2p$. Также $x_2 = x_{2025}$ т.е. x с нечетным индексом равен x с четным индексом тогда x с любым четным индексом от 2 до 2024 равен x с любым нечетным индексом от 1 до ~~2025~~ 2025

Тогда каждый x_i равен каждому другому x_j, где $j \in [1; 2025]$ и $j \in \mathbb{Z}$

т.е. $x_1 \cdot x_2 = x_i \cdot x_j = x_1^2 = 2025$

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 45 \\ x_1 = -45 \end{array}\right.$ т.е. все числа равны 45 или все числа равны -45

Ответ: все ~~числа~~ переменные равны 45 или все ~~числа~~ переменные равны -45

+

Лист 1 из 5

IE45-64

IE45-64

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ IE45-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Заметим, что $4\sqrt{6+2\sqrt{5}} = 4\sqrt{1+2\sqrt{5}+5} = 4\sqrt{(1+\sqrt{5})^2} = 4(1+\sqrt{5}) = 4+4\sqrt{5}$

Тогда $12\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt{5}}} = 12\cdot\sqrt{5+4+4\sqrt{5}} = 12\sqrt{(2+\sqrt{5})^2} = 12\cdot(2+\sqrt{5}) =$
$= 24+12\sqrt{5}$

Тогда $\sqrt{5+\sqrt{12\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt{5}}}}} = \sqrt{5+24+12\sqrt{5}} = \sqrt{20+9+12\sqrt{5}} =$
$= \sqrt{(3+2\sqrt{5})^2} = 3+2\sqrt{5}$

(+)

Тогда из изначального выражения можно сначала заменить $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ на $1+\sqrt{5}$ самим, потом из $\sqrt{5+4\sqrt{6+2\sqrt{5}}}$ заменить на $2+\sqrt{5}$ самим а потом из получившегося подкоренного выражения извлечь на калькуляторе квадратный корень и получить $3+2\sqrt{5}$ что и будет ответом для данного выражения т.е. мы смогли использовать калькулятор один раз и вычислить значение выражения (замечание: на калькуляторе ~~вдвое~~ извлекаем квадратный корень из конечного подкоренного выраж, которое равно изнач. подкоренному выражению)

Лист 2 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

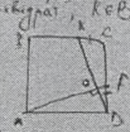
Вариант: 17881

ШИФР. НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ IE45-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Лемма: №5 ∃ ABCD – квадрат, K ∈ BC, F ∈ DC и DF = KF. Тогда AK ⊥ AF

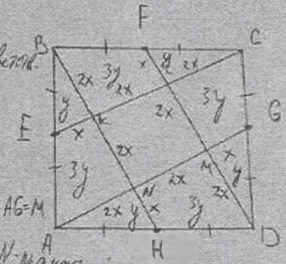
Док-во: ✓



$\triangle AFD = \triangle DKC$ по 2 т.к. AD = DC; DF = KC и ∠ADC = ∠DCK

⇒ ∠FAD = α ⇔ ∠KDC = α ⇔ ∠DKC = 90 − α = ∠KDA, тогда ∠DOF = 90 − α + α = 90, ч.т.д.

∃ F, G, H, E середины сторон BC; DC; AD, AB соответств. Тогда BH ⊥ EC; BH ⊥ AG, DF ⊥ AG; DF ⊥ EC по лемме



∃ BH ∩ EC = K; DF ∩ CE = L; DF ∩ AG = M, AG ∩ BH = N, тогда KLMN – прямоуг.; BFDH – пар., AGCE – пар.,

∃ |CL| = 2x, тогда FL – ср. линия $\triangle BKC$ т.к. FL ∥ BH и FL середина BC т.е. |KL| = 2x ⇔ |MN| = 2x, аналогично NH – ср. линия $\triangle AMD$, т.о. |AM| = 2x

аналогично MG – ср. линия $\triangle DLC$ т.е. |MG| = x ⇔ |EK| = x

заметим что $\triangle$~~DEC~~ DFC = $\triangle$~~DA~~ AGD по 1-ому призн.

Значит |DF| = 5x. Аналогичными утверждениями как и для ~~сторон~~ AG и EC можем сделать для DF и BH

тогда |DM| = 2x; |ML| = 2x; |FL| = x; |NK| = 2x = |KL| т.е. KLMN квадрат; |BK| = 2x; |NH| = x. ∃ S(CLF) = y. Тогда очевидно, что S(BFLK) = 3y. $\triangle CLF = \triangle BEK = \triangle ANH = \triangle DMG$ по 1-ому призн. следовательно их площади равны y. Аналогично S(AEKN) = S(BFLK) = S(LCGM) = S(HNMD) = 3y. Тогда S(KLMN) = 4x² = 4y. Тогда S(ABCD) = y + 3y + y + 3y + 4y + 3y + y + 3y + y = 20y

$\frac{S(ABCD)}{S(KLMN)} = \frac{20y}{4y} = 5$ а также было док. что KLMN – квадрат

Ответ: $\frac{S(ABCD)}{S(KLMN)} = 5$

(+)

Лист 3 из 5

IE45-64

IE45-64

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IE45-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

Наименьшее возможное $S=\frac{1}{2}$. Пример $a=\frac{1}{2}; b=0; c=0; d=0; v=0$

Докажем, что он подходит: $|a-b|+|b-c|+|c-d|+|d-v|+|v-a| =$

$= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

сумма модулей $a, b, c, d, v = \frac{1}{2}$, значит подходит

Докажем, что меньше нельзя:

т.к. сумма цикличная, то к.у.о. $a \geq b \geq c \geq d \geq v$ Раскроем модули:

$a-b+b-c+c-d+d-v+a-v = 2a-2v=1$, т.е. $a=\frac{1}{2}+v$

$\exists$ $a \leq 0$ тогда $v \leq -\frac{1}{2}$ т.е. сумма ~~модулей не~~ $\geq \frac{1}{2}$

$\exists \begin{cases} a>0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ тогда ~~сумма~~ изначальное выражение равно ~~$|a|+|b|+|c|+|d|+|v|+|a|$~~

$|a|+|b|+|b|+|c|+|c|+|d|+|d|+|v|+|v|+|a|=1 \quad |:2$

$|a|+|b|+|c|+|d|+|v|=\frac{1}{2}$ не меньше $\frac{1}{2}$

$\exists$ $a>0$, $b>0$, $c \leq 0$ тогда изнач. выражение равно $|a|-|b|+|b|+|c|+|c|+|d|+|d|+|v|+|v|+|a|=1 \quad :2$

$|a|+|c|+|d|+|v|=\frac{1}{2}$ $|b| \geq 0$ поэтому не меньше $\frac{1}{2}$

$\exists \begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ c>0 \\ d \leq 0 \end{cases}$ тогда изначальное выражение равно:

$|a|-|b|+|b|-|c|+|c|+|d|+|d|+|v|+|v|+|a|=1 \quad :2$

$|a|+|d|+|v|=\frac{1}{2}$ $|b|+|c| \geq 0$ сумма пяти модулей не меньше $\frac{1}{2}$

$\exists \begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ c>0 \\ d>0 \\ v \leq 0 \end{cases}$ Тогда изнач. выражение равно:

$|a|-|b|+|b|-|c|+|c|-|d|+|d|+|v|+|v|+|a|=1 \quad :2$

$|a|+|v|=\frac{1}{2}$ $|b|+|c|+|d| \geq 0 \Rightarrow$ значит сумма не меньше $\frac{1}{2}$

Если $v>0$ то $a>\frac{1}{2}$ сумма будет $>\frac{1}{2}$

Ответ: $\frac{1}{2}$

(+)

Лист 14 из 15

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ IE45-64

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Заметим, что t_1 — время первого $= \frac{0.5}{v} + \frac{0.5}{u} = \frac{u+v}{2vu}$

время второго это t: $\frac{t}{2}u + \frac{t}{2}v = 1$

$t = \frac{2}{v+u}$

сравним их $\frac{u+v}{2vu}$ $\frac{2}{v+u}$ т.к. $v>0$, $u>0$ то можно домножить на $2vu(u+v)$ и знак не изменится

t_1 t_2

$(u+v)^2$ $4vu$

$u^2+2vu+v^2$ $4vu$ | $-4vu$

$u^2-2vu+v^2$ 0

$(u-v)^2 \geq 0$

t_1

Если $u = v$ то они за одинаковое время справились с обр. сот

Если $u \neq v$ то первый справился быстрее

(+)

Лист 5 из 5

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F06	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VF89-55

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Чесноков

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 25.02.2007 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

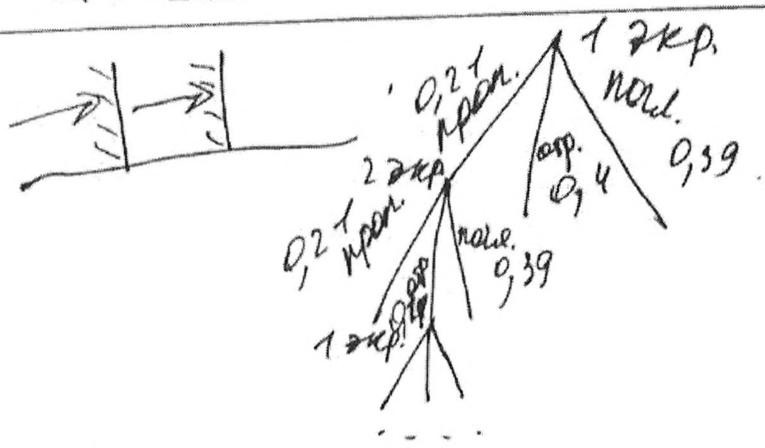
Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF89-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2



~~0,39 лучей погл. 1экр~~ Посчитаем, сколько % лучей экран пропустит: либо пропустил 1экр., 2экр.: $(0{,}21)^2$

либо пропустил 1 экр., отразил 1 и 2 экр. и проп. 2экр.: $(0{,}21)^2\cdot(0{,}4)^2$

В общем виде луч должен быть отражён $2n$ раз, где $n \in N$, и 0. Получим сумму:

$(0{,}21)^2+(0{,}4)^2(0{,}21)^2+(0{,}4)^4(0{,}21)^2+\ldots=S$, где

S – сумма беск. убыв. геом. прогр.: b (перв. ч.) $=0{,}21^2$, q (разн.) $=0{,}4^2$

$S=\frac{0{,}21^2}{1-0{,}4^2}=\frac{0{,}0441}{0{,}84}=\frac{4{,}41}{84}=\frac{0{,}21}{4}=\frac{21}{400}$

То не пропущено $1-\frac{21}{400}=\frac{379}{400}=0{,}9475=94{,}75\%$

Ответ: 94,75%.

10 +

VF89-55

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VF89-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 $2024^{2026}-2024\cdot 2026+2025$. Т.к. $2023^2 \vdots 49$, проверим, кратно ли 49 выр-е.

$2024^{2026}-2024\cdot2026+2025 \underset{49}{\equiv} 15^{2026}-15\cdot17+16 \underset{49}{\equiv}$

$\underset{49}{\equiv} 15^{2026}-271$ – т.е. данная разность должна делиться на 49, но $15^{2026} \underset{7}{\equiv} 1$, $271 \underset{7}{\equiv} 5 \Rightarrow$

$15^{2026}-271 \underset{7}{\equiv} -4$ не $\vdots\, 7 \Rightarrow 15^{2026}-271$ не $\vdots\, 49 \Rightarrow$

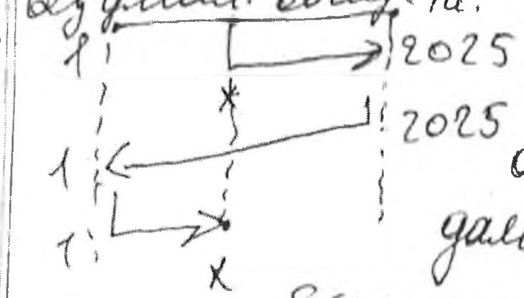
исходное выр не $\vdots\, 2023^2$.

Ответ: нет.

(Запись $a \underset{n}{\equiv} b$ означает: a сравнимо с b по мод. n)

VF89-55

без умал. общн-ти:



кол-во способов попасть в $x+1$ кл. (если такая есть) $=1$, аналогично в $x+2$ способов $=1+1=2$.

далее $f(n)=f(n-1)+f(n+2)$, где $f(n)$ – кол-во способов попасть в клетку n.

далее заметим, что кол-во способов попасть из I конца во II фикс. (не завис. от x) Пусть это ~~...~~ M кол-во способов, то максимизируем и минимизируем из x в I конец и из II конца в x. (Пусть это A и B) то итоговое кол-во способов равно $M \cdot A \cdot B$. Заметим, что $f(n)$ – возр. ф-я, а кол-во ~~...~~ способов дойти из 1 в n равно $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(n)$ $\Rightarrow$ для максимизации $A \cdot B$ следует использовать как можно дальше знач-я $f(n)$ – т.к. ф-я возр. $\Rightarrow$ Начальное положение следует разместить в 1 из концов (т.к. $A \cdot B \leq M$ при таком расп. $A \cdot B = M$)

Ответ: в один из концов.

N1 $1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$ ОДЗ: $1-x^2\geq 0$

Возведём в квадр. ур-е и получим ур-е: $1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}\geq 0$

$\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2-1$ $\boxed{10x^2-1\geq 0}$

$1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}=100x^4-20x^2+1$

$x=0$ явл. корнем данного ур-я, далее $x\neq 0$, поделим на него:

$8x-6\sqrt{1-x^2}=100x^3-20x$

$-100x^3+28x=6\sqrt{1-x^2}$ $|:2$, $-50x^3+14x=3\sqrt{1-x^2}$ $\boxed{-50x^3+14x\geq 0}$

Возв. в квадр.:

$2500x^6-1400x^4+196x^2=9-9x^2$; $2500x^6-1400x^4+205x^2-9=0$

~~Заменим $t=x^2$, если t - кор. ур-я, то $x=\pm\sqrt{t}$ - кор. ур-я.~~

~~$2500t^3-1400t^2+205t-9=0$. $f(t)=2500t^3-1400t^2+205t-9$.~~

~~$f'(t)=7500t^2-2800t+205$~~

~~$f'(t)=0$ при $7500t^2-2800t+205=0$~~

Заметим, что если x_0 - кор, то $-x_0$ - кор.

Т.к. $x^2=\frac{1}{10}$ - кор: $2,5-14+20,5-9=0$ - верно,

то $2500x^6-1400x^4+205x^2-9 \;|\; x^2-\frac{1}{10}$

$2500x^6-250x^4$ $\quad|\; 2500x^4-3960x^2$

~~$-1150x^4+205x^2$~~

~~$-1150x^4+115x^2$~~

~~$90x^2-9$~~

~~$900x^4+205x^2$~~

~~$900x^4+90x^2$~~

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VF89-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Итак, $(x^2-\frac{1}{10})(2500x^4-1150x^2+90)=0$.

$x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}$ - кор.

Пусть $t=x^2$, то $2500t^2-1150t+90=0$

$\frac{D}{2}=575^2-2500\cdot 90=330625-225000=$

$=105625=325^2$

$t_1=\frac{575+325}{2500}=\frac{900}{2500}=\frac{9}{25}$

$t_2=\frac{575-325}{2500}=\frac{250}{2500}=\frac{1}{10}$

Верн. к зам.: $x^2=\frac{9}{25}$, $x=\pm\frac{3}{5}$,

$x^2=\frac{1}{10}$, $x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}$; $x^2=\frac{9}{25}$; $x=\pm\frac{3}{5}$

Проверим условия + ОДЗ:

ОДЗ:

$\begin{cases}1-x^2\geq 0 \\ 1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}\geq 0\end{cases}$ $x^2\leq 1, x\in[-1;1]$

$1+16x^2+64x^4\geq 96x^2-36x^4$

$100x^4-20x^2+1\geq 0$, $(10x^2-1)^2\geq 0$ при $x\in\mathbb{R}$

I усл.: $10x^2-1\geq 0$, $x^2\geq\frac{1}{10}$. $x\in(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{10}}]\cup[\frac{1}{\sqrt{10}};+\infty)$

II. усл.: $-50x^3+14x\geq 0$, $x(-50x^2+14)\geq 0$

$-\frac{\sqrt{7}}{5}$ 0 $\frac{\sqrt{7}}{5}$ x

$x\in(-\infty;-\frac{\sqrt{7}}{5}]\cup[0;\frac{\sqrt{7}}{5}]$.

VF89-55

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ VF89-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Итог: $x \in \left[-1; -\frac{\sqrt{7}}{5}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{10}}; \frac{\sqrt{7}}{5}\right]$

Кандидаты на корни: 1) $x = 0 \notin$ промеж. – не кор.

2) $x = \frac{1}{\sqrt{10}} \in$ промеж – кор

3) $x = -\frac{1}{\sqrt{10}} \notin$ промеж. – не кор.

4) $x = \frac{3}{5}$, т.к. $3 > \sqrt{7}$, $\frac{3}{5} \in$ промеж. – не кор.

5) $x = -\frac{3}{5} \in$ промеж – кор.

Итог: $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $x = -\frac{3}{5}$ – кор.

Ответ: Да. Да. $-\frac{3}{5}$ – макс. по мод.

$\frac{1}{\sqrt{10}}$ – мин. по мод.

+

VF89-55

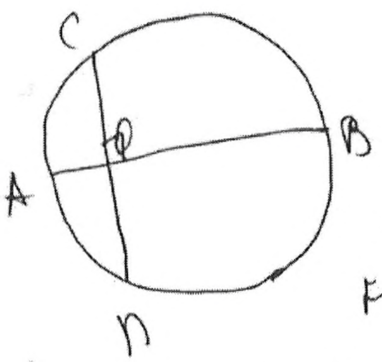
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF89-55

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3



Пусть $CO = 1$, $OD = 4$ (не указ. един.) $AO = 2$, $OB = 3$, то по св-ву хорд: $1 \cdot 4 = 2 \cdot 3$ — неверно при любом перест.

Ответ: некорр. усл.

+

Лист 07 из 07

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	ВФ МЭИ (Волжский)
№ группы	Место проведения

СВ89-65

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Чеснокова

ИМЯ Арина

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 22.11.2013 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ СВ89-65

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

8+3+4 = 15 мин
3+4+8 = 15 мин
4+3+8 = 15 мин
4+8+3 = 15 мин

Ответ: без разницы, в любом порядке.

Чья трактовка?

№4

Если Анфиса ответит нет, тогда не получится, потому что только на вопрос месяцев можно ответить нет, а она отрицает, что кто то месяц. Если Анфиса ответит да, значит Кира солнце, а Анфиса месяц (т.к. она ответила Кире да) и подтвердила, что кто-то месяц. Ответ: Кира-солнце, Анфиса-месяц.

№2

КИТ + ВОЛ = ЛЕВ
782 + 149 = 931

как?

№5

Нет, потому что у обоих одинаковое кол-во букв.
ИНТЕГРАЛЬНЫЙ - 12, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ - 12
Ответ: НЕТ.

из этого не следует равенство количества слов

№3.

Ответ: если Щелкунчик забрал все орехи в I коробке, а король открыл ту же коробку, то Щелкунчик выиграл, а если король взял другую коробку и забрал все орехи, то король выиграл.

а другие варианты?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VF25-67

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Шагинян

ИМЯ Алина

ОТЧЕСТВО Нагапетовна

Дата рождения 28.01.2009 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: [illegible]

ШИФР. НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! VF25 - 67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$

Распишем $(3x-\sqrt{1-x^2})^2=9x^2-6x\sqrt{1-x^2}+1-x^2=1+8x^2-$
$-6x\cdot\sqrt{1-x^2}$

Получается уравнение равносильно.

$1+|3x-\sqrt{1-x^2}|=10x^2$

$|3x-\sqrt{1-x^2}|=9x^2-(1-x^2)$

$|3x-\sqrt{1-x^2}|=(3x-\sqrt{1-x^2})\cdot(3x+\sqrt{1-x^2})$

1. Если $3x-\sqrt{1-x^2}=0$, то

$9\cdot x^2=1-x^2$ $\quad x^2=\frac{1}{10}$ $\quad x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}$, но подходит

только $\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$. Проверим, подставив в альтернативную форму исходного:

$1+|0|=1$ – все верно

2. Если $3x-\sqrt{1-x^2}\neq 0$, то $(3x+\sqrt{1-x^2})$ равно 1 или -1

2.1. Если $3x+\sqrt{1-x^2}=1$, то

$1-3x=\sqrt{1-x^2}$

$9x^2-6x+1=1-x^2$ $\quad 10x^2-6x=0$ $\quad x=0$ или $x=\frac{3}{5}$

$x=\frac{3}{5}$ не подходит, $x=0$ не подходит в изначальное

2.2. Если $3x+\sqrt{1-x^2}=-1$

$\sqrt{1-x^2}=-1-3x$ $\quad$ ~~$1-x^2=1+6x+9x^2$~~

$1-x^2=1+6x+9x^2$

$10x^2+6x=0 \Rightarrow x=0$ или $x=-\frac{3}{5}$

$x=0$ не подходит в изначальное, проверим $x=-\frac{3}{5}$

$1+|3x-\sqrt{1-x^2}|=10x^2$ подставим сюда

$1+|-\frac{9}{5}-\frac{4}{5}|=\frac{18}{5}$ – все верно

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17.1.11 шифр, не заполнять! VF25-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит всего два корня: $-\frac{3}{5}$ и $\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{6}{10} > \frac{\sqrt{10}}{10}$

+

Ответ: есть положительный корень $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Максимальный по модулю $-\frac{3}{5}$, минимальный $\frac{\sqrt{10}}{10}$

№5 $2024^{2026} - 2024\cdot 2026 + 2025 = (2023+1)^{2026} -$

$-(2023+1)(2023+3) + 2023 + 2 = \sum_{m=0}^{2026} 1^{2026-m}\cdot 2023^m \cdot C_m^{2026} -$

$-2023^2 - 4\cdot 2023 - 3 + 2023 + 2 = \sum_{m=0}^{2026} C_m^{2026}\cdot 2023^m - 2023^2 -$

$-3\cdot 2023 - 1 = \sum_{m=2}^{2026} C_m^{2026}\cdot 2023^m + C_{2026}^{2026}\cdot 2023^0 + C_{2025}^{2026}\cdot 2023^1 -$

$-2023^2 - 3\cdot 2023 - 1 = \sum_{m=2}^{2026} C_m^{2026}\cdot 2023^m + 1 - 1 + 2026\cdot 2023 -$

$-2023(2023+3) = \sum_{m=2}^{2026} C_m^{2026}\cdot 2023^m$, так как $m \geq 2$, то

вся сумма будет делиться на 2023^2 +

Что и требовалось доказать.

№2

Рассмотрим как лучи могут быть пропущены через второй экран. Лучи проходят через первый экран, потом отражаются поочередно по n раз от второго и первого последовательно, где $n \geq 0$, то есть могут не отражаться и проходят сквозь второй экран. Рассмотрим долю таких лучей.

0,21 – прошли через первый, $0{,}4^n \cdot 0{,}4^n$ отражались по n раз, 0,21 прошли через второй. Найдем суммарную долю:

$$\sum_{n=0}^{\infty} 0{,}21\cdot 0{,}4^n\cdot 0{,}4^n\cdot 0{,}21 = (0{,}21)^2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}(0{,}16)^n = (0{,}21)^2\cdot\frac{1}{0{,}84} =$$

$= 0{,}21\cdot\frac{1}{4} = 0{,}0525$, то есть 5,25%

Значит процент лучей, которые не будут пропущены равен 94,75% Ответ 94,75% +

VF25-67

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: [illegible]

VF25-67

№3

Обозначим K — пересечение хорд. Первая хорда AB так, что AK=1, BK=4. Вторая CD так, что CK=2, DK=3

Стоит отметить, что степень точки K относительно нашей окружности равна AK·KB=4, но также равна CK·DK=6 — противоречие. Значит такой ситуации быть не может +

Попытаемся решить эту задачу игнорируя этот факт

Пусть M — середина AB, N — середина CD, O — середина окружности Зачем?

$NC = \frac{DC}{2} = 2.5 \Rightarrow NK = NC - CK = 0.5$

Заметим, что ONKM — прямоугольник, т.к. $ON \perp CD$ и $OM \perp AB$ (т.к. это медианы в равнобедренном треугольнике) и $AB \perp CD$ по условию

Значит $NK = OM$

$r^2 = OA^2 = AM^2 + OM^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OM^2 = 2.5^2 + NK^2 = 2.5^2 + 0.5^2 = 6.5$

Площадь круга $= \pi r^2 = 6.5\pi$

Ответ: 6.5π

№4

Пусть $f(x)$ — количество способов пройти x клеток

$f(0) = 1$

Нам нужно найти $\sum f(x) \cdot f(2024-x)$, что есть сначала x клеток в одном краю, дальше ходим по противоположным $2024-x$, чтобы вернуться обратно. Средний множитель не зависит от x, значит максимизируем $f(x) \cdot f(2024-x)$.

VF25-67

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке страницы

Заметим, что $f(x)\cdot f(2024-x)$ – это ~~...~~ количество способов пройти от одного края до другого через $x+1$-ую клетку, но если это число не больше количества способов пройти просто от одного края до другого – $f(2024)$. При этом при $x\neq 0$ и $x\neq 2024$ (то есть ~~...~~ крайние клетки) есть маршрут, который обходит $x+1$-ую клетку (дойти до x, потом сразу на $x+2$-ую). Значит $f(x)\cdot f(2024-x) < f(2024)$ при $x\neq 0$ и $x\neq 2024$. При $x=0$ и $x=2024$: $f(x)\cdot f(2024-x) = f(0)\cdot f(2024) = f(2024)$, то есть максимум когда $x=0$ или $x=2024$.

Ответ: максимум если начинать с любой крайней клетки

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М11F01	КГЭУ (г. Казань)
№ группы	Место проведения

HE99-48

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Шайдуллина

ИМЯ Алина

ОТЧЕСТВО Рустемовна

Дата рождения 02.04.2007 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№ 1

Решение:

$$(A)\; 1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2 \Leftrightarrow 1+\sqrt{1-x^2+9x^2-2\cdot(3x)\cdot\sqrt{1-x^2}}=10x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1+\sqrt{(\sqrt{1-x^2}-3x)^2}=10x^2 \Leftrightarrow 1+|\sqrt{1-x^2}-3x|=10x^2 \Leftrightarrow |\sqrt{1-x^2}-3x|=10x^2-1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{1-x^2}-3x=10x^2-1\\ \sqrt{1-x^2}-3x=1-10x^2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{1-x^2}=10x^2+3x-1\\ \sqrt{1-x^2}=-(10x^2-1)+3x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}10x^2+3x-1\geq 0\\ 1-x^2=(10x^2+3x-1)^2\end{cases}\\ \begin{cases}-10x^2+3x+1\geq 0\\ 1-x^2=(3x-(10x^2-1))^2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}10(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{5})\geq 0\\ 100x^4+60x^3-10x^2-6x=0\end{cases}\\ \begin{cases}10(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{5})\leq 0\\ 100x^4-60x^3-10x^2+6x=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{5})\geq 0\\ x(10x^2-1)(10x+6)=0\end{cases}\\ \begin{cases}(x-\frac{1}{2})(x+\frac{1}{5})\leq 0\\ x(10x^2-1)(10x-6)=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow$$

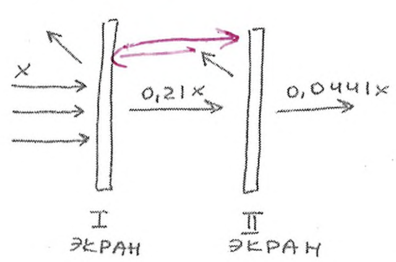
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x+1/2)(x-1/5)\geq 0\\ x(x-\frac{1}{\sqrt{10}})(x+\frac{1}{\sqrt{10}})(x+\frac{3}{5})=0\end{cases}\\ \begin{cases}(x-1/2)(x+1/5)\leq 0\\ x(x-\frac{1}{\sqrt{10}})(x+\frac{1}{\sqrt{10}})(x-\frac{3}{5})=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq -\frac{1}{2}\\ x\geq 1/5\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\\ x=-\frac{3}{5}\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}-\frac{1}{5}\leq x\leq\frac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\frac{1}{\sqrt{10}}\\ x=\frac{3}{5}\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{1}{\sqrt{10}}\\ x=-\frac{3}{5}\end{array}\right.$$

$1+\sqrt{1}\neq 0$

Ответ: ур-е (А) имеет корни $\{-\frac{3}{5};0;\frac{1}{\sqrt{10}}\}$. Есть положительный корень $\frac{1}{\sqrt{10}}$. Минимальный корень по модулю 0, а максимальный $3/5$

№ 2

Решение:



Пусть скапирующих лучей было x. Тогда через I экран пройдёт 0,21x. Тогда через II экран пройдёт 21% лучей от 0,21x, т.е $0{,}21\cdot 0{,}21\cdot x=0{,}0441x$. Значит, не будет пропущено $x-0{,}0441x=0{,}9559x$ лучей. Иначе — 95,59% от первоначального числа лучей.

Ответ: 95,59%

переотраж.!

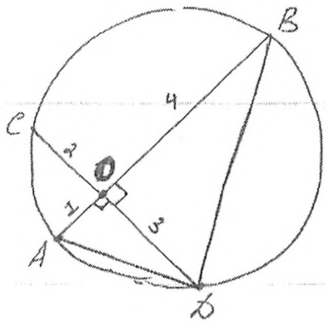
№ 3

Дано: окр-ть ω с радиусом R, AB и CD — хорды, $AB\perp CD$. $O=AB\cap CD$

$AO=1$ см, $OB=4$ см, $CO=2$ см, $OD=3$ см

№ 3: продолжение

Найти: S_ω



Решение:

1) ~~[crossed out]~~ $\widehat{AOD}=90^\circ=\widehat{BOD}$ ($AB\perp CD$, т. O – т. перес.)

2) $\triangle AOD$ ($\widehat{AOD}=90^\circ$):
по т. Пифагора $AO^2+OD^2=AD^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow AD=\sqrt{AO^2+OD^2}=\sqrt{10}$ (см)

3) $\triangle BOD$ ($\widehat{BOD}=90^\circ$):
из т. Пифагора $BD=\sqrt{BO^2+OD^2}=5$ (см)

4) ~~[crossed out]~~
$\triangle ABD$: по т. cos: $AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cos\widehat{ABD}$
$2\cdot5\cdot5\cos\widehat{ABD}=25+25-10$
$\cos\widehat{ABD}=4/5 \Rightarrow \sin\widehat{ABD}=\sqrt{1-\cos^2\widehat{ABD}}=3/5$

5) $\triangle ABD$ впис. в $\omega \Rightarrow 2R=\dfrac{AD}{\sin\widehat{ABD}} \Rightarrow R=\dfrac{5\sqrt{10}}{6}$

6) $S_\omega=\pi R^2=\dfrac{25\cdot10}{36}\pi=\dfrac{125}{18}\pi$

Ответ: $\dfrac{125}{18}\pi$.

P.S. Вообще, описанная в ус-ии задача не должна получиться, т.к. по св-ву пересек. хорд должно вып-ся рав-во $AO\cdot OB=CO\cdot OD$, а тут оно, увы, не вып-ся. =с

+

№ 5

Решение: Обозначим число за A:

$A=2024^{2026}-2024\cdot2026+2025=(2023+1)^{2026}-2024\cdot2026+2025=$
$=2023^{2026}+C_{2026}^{1}\cdot2023^{2025}+C_{2026}^{2}\cdot2023^{2024}+\ldots+C_{2026}^{2024}\cdot2023^2+$
$+C_{2026}^{2025}\cdot2023+1-2024\cdot2026+2025=(2023^{2026}+C_{2026}^{1}\cdot2023^{2025}+\ldots+$
$+C_{2026}^{2024}\cdot2023^2)+2026\cdot2023-2024\cdot2026+2026=(2023^{2026}+C_{2026}^{1}\cdot2023^{2025}+$
$+\ldots+C_{2026}^{2024}\cdot2023^2)+2026(2023+1-2024)=2023^{2026}+C_{2026}^{1}\cdot2023^{2025}+\ldots+C_{2026}^{2024}\cdot$
$\cdot2023^2$

Каждое из слагаемых $\vdots\, 2023^2 \Rightarrow$ Их сумма тоже $\vdots\, 2023^2$.
Значит, число $A \,\vdots\, 2023^2$

Ответ: да, верно.

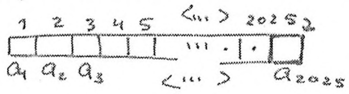
+

№4

~~Решение: Подпишем клетки полосы:~~

~~Заметим, что из клеток a_1 и a_2 добраться до левого конца полосы одинаковое число способов — по 1. (Если топотун в клетке a_1, то он уже у л. конца, если в a_2, то единственный вариант добраться до левого конца — прыгнуть на 1 клетку). Из a_3 топотун попадает либо в a_1, либо в a_2. => => число способов попасть в a_1 = сумме способов попасть в a_1 из a_2 и из a_1. Таким образом,~~

Решение:



1. Пронумеруем клетки полосы. Пусть a_i – число способов добраться из i-той в a_1. Очевидно, что a_1 и $a_2 = 1$.

Из 3-ей клетки мы можем попасть либо во 2, либо в 1 => => $a_3 = a_1 + a_2$.

Значит (a_k) – последовательность чисел Фибоначчи.

2. Пусть топотун в i-той клетке. В силу сим-ии будем считать, что он сначала идет до 1ой клетки. До 1 клетки он может попасть a_i сп-бами, из 1ой в 2025 – a_{2025} сп-ми, из a_{2025} до i – a_{2026-i} способами. Значит, всего маршрутов $= a_i \cdot a_{2025} \cdot a_{2026-i}$

3. Требуется найти такое i, что $a_i \cdot a_{2026-i} \to max$ да.

Я утверждаю, что max при $i = 1$ или 2025 (что 1 и то же)

Докажем через ММИ:

$n = 3$: произведение крайних наибольшее

пусть при $n = k$ (нечет) произведение крайних $\to max$. Докажем, что это верно и для $n = k+2$.

$$a_1 \cdot a_{k+2} = a_{k+2} = a_k + a_{k+1} = 2a_k + a_{k-1} >$$

Это док-во?

Ответ: тогда, когда топотун находится в крайних клетках.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F06	МЭИ с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

VF89-58

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ______

ФАМИЛИЯ Шаталов

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 08.10.2007 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 7 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 14111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF89-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 5

$2024^{2026} - 2024\cdot 2026 + 2025$

Заметим, что $2024^{2023} \underset{2023^2}{\equiv} 1$.

Действительно, $2024^{2023} - 1 = 2023(2024^{2022} + 2024^{2021} + \ldots + 1)$. Первый множитель - 2023, а второй множитель - $(2024^{2022} + 2024^{2021} + \ldots + 1) \underset{2023}{\equiv} 1^{2022} + 1^{2021} + \ldots + 1 \underset{2023}{\equiv} 0$, т.к. $1 + 1^{2021} + \ldots + 1 = 2023$.

Тогда $2024^{2026} = 2024^{2023}\cdot 2024^{3} \underset{2023^2}{\equiv} 2024^{3}$.

Получается, что исходное выражение можно рассматривать, как: $2024^{3} - 2024\cdot 2026 + 2025 = (2023+1)^{3} - (2023+1)(2023+3) + (2023+2) = 2023^{2} + 2\cdot 2023^{2} \underset{2023^2}{\equiv} 0$.

Получается, что данное число делится на 2023^2.

Ответ: да.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

$1+\sqrt{1+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$

$1+\sqrt{1+9x^2-x^2-6x\sqrt{1-x^2}}=10x^2$

$\sqrt{(3x-\sqrt{1-x^2})^2}=10x^2-1$

$|3x-\sqrt{1-x^2}|=10x^2-1$

$|3x-\sqrt{1-x^2}|=9x^2+x^2-1$

$|3x-\sqrt{1-x^2}|=(3x)^2-(\sqrt{1-x^2})^2$

Пусть $a=3x$; $b=\sqrt{1-x^2}$, тогда;

$|a-b|=a^2-b^2$ (1)

Заметим, что модуль всегда ≥ 0, тогда $a^2-b^2\geq 0$ (2).

Возведём (1) в квадрат, $(a-b)^2=(a-b)(a+b)$ (3).

$$\begin{cases}(2)\\(3)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=b\\ \left[\begin{array}{l}a+b=\pm 1\\ a^2\geq b^2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x=\sqrt{1-x^2}\\ \left[\begin{array}{l}3x+\sqrt{1-x^2}=\pm 1\\ (3x)^2\geq(\sqrt{1-x^2})^2\end{array}\right.\end{cases}$$

1) $3x=\sqrt{1-x^2}$

$$\begin{cases}x\geq 0\\ 9x^2=1-x^2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\geq 0\\ x=\frac{1}{\sqrt{10}}\end{cases}$$

+

2) $3x+\sqrt{1-x^2}=1$ ОДЗ: $1-x^2\geq 0$; $1-3x\geq 0$

$1-x^2=(1-3x)^2$

$1-x^2=1-6x+9x^2$

$10x^2-6x=0$

$x_1=0$ - не удов, т.к. $x^2\geq\frac{1}{10}$

$x_2=\frac{3}{5}$ - не удов, т.к. $1-3x\geq 0$

Продолжение на листе 3.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжение задачи №1:

3) $3x+\sqrt{1-x^2}=-1$ ОДЗ: $-1-3x\geqslant 0$; $1-x^2\geqslant 0$

$1-x^2=(-1-3x)^2$

$10x^2+6x=0$

$x_1=0$ - не удов, т.к. $x^2\geqslant\frac{1}{10}$

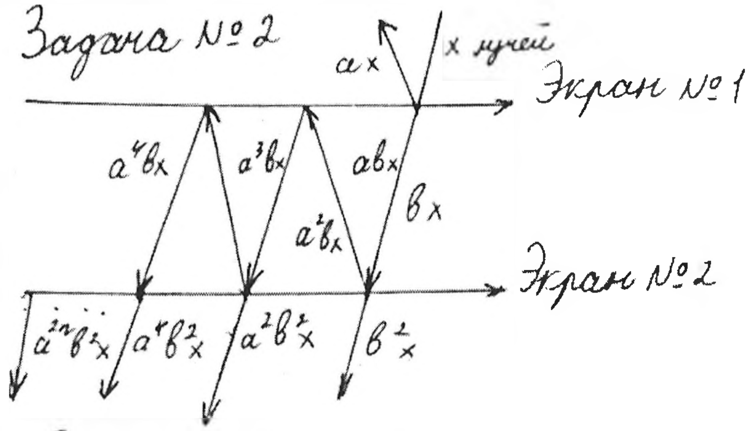
$x_2=-\frac{3}{5}$

Получается, что данное уравнение имеет корни, один из которых положительный - $\frac{1}{\sqrt{10}}$. Максимальный корень по модулю - $-\frac{3}{5}$, минимальный - $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Ответ: 1) Да, корни есть; 2) Положительный корень - $\frac{1}{\sqrt{10}}$; 3) Максимальный корень по модулю - $-\frac{3}{5}$; 4) Минимальный корень по модулю - $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

+

Задача №2



За второй экран проникают лучи: $b^2x(1+a^2+a^4+\dots+a^{2n}) = 0{,}21^2x\,(1+0{,}4^2+0{,}4^4+\dots+0{,}4^{2n})$ (1)

Заметим, что в скобках мы получили геометрическую прогрессию, у которой $b_1=1$; $q=0{,}4^2=0{,}16$, где b_1 - первый член, а q - знаменатель.

Тогда в (1) имеем:

$$0{,}21^2x\cdot\frac{1}{1-0{,}16}=\frac{0{,}0441}{0{,}84}x=0{,}0525x.$$

Получается, что за второй экран проходит 5,25% лучей. Тогда за него не пройдёт 100 - 5,25 = 94,75% лучей.

Ответ: 94,75%

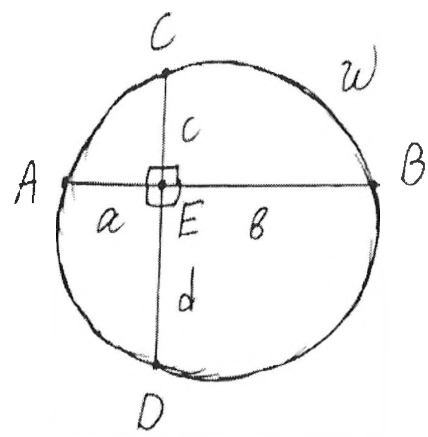
Задача № 3

Дано: ω - окр-ть;

$AB \perp CD$ - хорды;

a, b, c, d - отрезки, на которые делятся хорды.

Найти: $S = ?$



Решение; По т. о хордах произведения отрезков, на которые каждая хорда делится точкой пересечения равны. Однако тогда $1 \cdot 4$ должно быть равно $2 \cdot 3$, чего не может быть, а значит в условии допущена ошибка. !

Решим задачу в общем виде для любых длин.

Рассмотрим $\triangle CEB$, т.к. он прямоугольный, то $CB^2 = c^2 + b^2$;

Рассмотрим $\triangle BED$, т.к. он прямоугольный, то $BD^2 = b^2 + d^2$.

$$\cos\angle CBD = \frac{CB^2 + BD^2 - CD^2}{2 \cdot CB \cdot BD} = \frac{b^2 + c^2 + b^2 + d^2 - c^2 - 2cd - d^2}{2\sqrt{b^2+c^2} \cdot \sqrt{b^2+d^2}} =$$

$$= \frac{2b^2 - 2cd}{2 \cdot \sqrt{b^2+c^2} \cdot \sqrt{b^2+d^2}} = \frac{b - cd}{\sqrt{b^2+c^2} \cdot \sqrt{b^2+d^2}}$$

$$\sin\angle CBD = \sqrt{1 - \cos^2\angle CBD} = \sqrt{1 - \frac{b^4 - 2cdb^2 + c^2d^2}{b^4 + (c^2+d^2)b^2 + c^2d^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{b^4 + b^2(c^2+d^2) + c^2d - b^4 + 2cdb^2 - c^2d^2}{b^4 + (c^2-d^2)b^2 + c^2d^2}} = \sqrt{\frac{b^2(c+d)^2}{(b^2+c^2)(b^2+d^2)}} =$$

$$= \frac{b(c+d)}{\sqrt{(b^2+c^2)(b^2+d^2)}}$$

Продолжение на листе № 6

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ VF89-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжение задачи №3:

Радиус окр-ти $R = \frac{CD}{2\sin\angle CBD} = (c+d)\cdot\frac{\sqrt{(b^2+c^2)(b^2+d^2)}}{2(c+d)\cdot b}$.

$R = \frac{\sqrt{(b^2+c^2)(b^2+d^2)}}{2b} \Rightarrow S = \pi R^2 = \frac{\pi(b^2+c^2)(b^2+d^2)}{4b^2}$

Ответ: $S = \frac{\pi(b^2+c^2)(b^2+d^2)}{4b^2}$

Задача №4

Пусть F_n - кол-во способов пройти n шагов в одну сторону, двигаясь на 1 или 2 шага.

~~Т.к. ещё 1 шаг~~ Т.к. если первый шаг длины 1, то нужно сделать ещё $n-1$ шаг $\Rightarrow F_{n-1}$ способов. Аналогично, если первый шаг - 2, то F_{n-2} способов. $\Rightarrow F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$. Вручную убедимся, что $F_1 = 1$, $F_2 = 2$.

Заметим, что если мы стоим на K-й клетке, то нам нужно будет пройти $2025-K$ шагов вправо, потом 2024 шага влево, а потом $K-1$ шагов вправо. Значит, максимум вариантов достигается, когда $F_K \cdot F_{2027-K} \to \max$.

Докажем, что $F_{n+m+1} = F_{n-1}F_m + F_{m+1}F_n$. (1)

Каждый из способов пройти $n+m$ или доходит до n клеток или доходит до конца $(F_n F_{n+1})$ или перепрыгивает $n-1$(0) клетку, значит доходит до $n-1$, прыгает на 2 $(F_{n-1}F_m)$. Других вариантов нет. Продолжение лист 7.

VF89-58

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇒ VF89-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Покажем, что $F_2 \cdot F_{2022} \geq F_k F_{2024-k}$

$F_2 \cdot F_{2022} = 2F_{2022} = 2F_{k-1} F_{2021-k} + 2F_k F_{2022-k}$ (согласно (1)),

$F_k F_{2024-k} = F_k(F_{2023-k} + F_{2022-k}) = F_k F_{2023-k} + F_k F_{2022-k} =$

$= F_k(F_{2022-k} + F_{2021-k}) + F_k F_{2022-k} = 2F_k F_{2022-k} + F_k F_{2021-k}$,

но т.к. $2F_{k-1} > F_k$, то $F_2 F_{2022} > F_k F_{2024-k}$ =>

=> max достигается, когда топтун стоит на 3 клетке с начала, или на 3 клетке с конца.

Ответ: или на 3 клетке, или на 2023 клетке.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	ВФ МЭИ (Волжский)
№ группы	Место проведения

CB89-86

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Ширяева

ИМЯ Валерия

ОТЧЕСТВО Станиславовна

Дата рождения 25.09.2013 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№2

КИТ+ВОЛ=ЛЕВ

Я хочу начать объяснять с чисел (букв), которые повторяются. Эти буквы: В и Л. Предположу, что В будет равняться 3. Получится:

$$\begin{array}{r} +\ КИТ \\ 3ОЛ \\ \hline ЛЕ3 \end{array}$$

Л будет равняться 4. Получится:

$$\begin{array}{r} +\ КИТ \\ 3О4 \\ \hline 4Е3 \end{array}$$

На данный момент, я могу узнать, что означает буква К. К = 1, так как 4-3=1. Получится:

$$\begin{array}{r} +\ 1ИТ \\ 3О4 \\ \hline 4Е3 \end{array}$$

На место буквы Т я могу поставить цифру 9. Так как 9+4=13, десяток уйдет в десятки. Получится:

$$\begin{array}{r} +\ 1И9 \\ 3О4 \\ \hline 4Е3 \end{array}$$

Я могу предположить, что Е = 8, тогда я могу узнать буквы И, О. И и О составляют сумму семь. Я использовала цифры: 1, 9, 3, 4, 8. Можно сейчас использовать: 2, 5, 7, 6, 10.... Но подходят мне только цифры 5, 2. Так как 5+2=7

Получится:

Ответ:

$$\begin{array}{r} +\ 159 \\ 324 \\ \hline 483 \end{array}$$

№4

Кира относится к солнышкам, а Андиса к месяцам, так как Кира спросила „Принадлежит ли бы один из нас к месяцам", если бы Кира была месяцем, то она сказала бы нет, и противоречила сама себе. А если ответ будет да, то Кира окажется солнышком. Но если Кира - солнышко, то Андиса - месяц, так как кто-то из них месяц.

Ответ: Кира - солнышко, Андиса - месяц.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ СВ89-86

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Иван-Царевич -8 мин,

Василиса-Премудрая-4 мин,

Крошечка-Хаврошечка-3 мин

почему это будет МИНИМАЛЬНОЕ время?

Каждому персонажу приходилось уходить, после того, как ему расскажут сказку. Значит, сначала должна пойти Крошечка-Хаврошечка, потому что у нее самое маленькое время. Потом должна пойти Василиса-Премудрая, так как по возрастанию у неё 4 мин, а Иван-Царевич пойдёт 3, потому что его ждать 8 мин.

Ответ: первой пойдет-Крошечка-Хаврошечка, 2-ой пойдет Василиса-Премудрая, а 3-им пойдет Иван-Царевич.

№5

Ответ: нет, не может, так как у слова Параллельный и у слова Интегральный одинаковое количество букв.

из этого не следует равенство слов

№3

Щелкунчик может взять все орехи из 1 шкатулки, а Мышиный король все орехи из второй шкатулки, тогда щелкунчику не чем останется ходить, и он проиграет.

Ответ: Победит мышиный король.

а другие варианты?

Лист 2 из 2

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

BA39-81

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Шпота

ИМЯ Николай

ОТЧЕСТВО Владимирович

Дата рождения 03.04.2007 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 11111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВА39-81

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

$$1+\sqrt{1+8x^2-6x\cdot\sqrt{1-x^2}}=10x^2$$

$$\sqrt{1+8x^2-6x\cdot\sqrt{1-x^2}}=10x^2-1 \quad |\uparrow^2$$

$$\cancel{1}+8x^2-6x\sqrt{1-x^2}=100x^4-20x^2+\cancel{1} \quad |:2$$

$$4x^2-3\cancel{x}\sqrt{1-x^2}=50x^4-10x^2 \quad |:x\neq 0$$

$x=0$ не является корнем исходного ур-ия!

$$4x-3\sqrt{1-x^2}=50x^3-10x$$

$$3\sqrt{1-x^2}=14x-50x^3 \quad |\uparrow^2$$

$$9-9x^2=196x^2-1400x^4+2500x^6$$

$$2500x^6-1400x^4+205x^2-9=0$$

Пусть $x^2=t$;

$$2500t^3-1400t^2+205t-9=0$$

Заметим, что $t=\frac{1}{10}$ корень! Тогда воспользуемся следствием из т. Безу.

$$\left(t-\frac{1}{10}\right)\left(2500t^2-1150t+90\right)=0$$

$$2500t^2-1150t+90=0 \quad |:10$$

$$250t^2-115t+9=0$$

$$D=115^2-250\cdot 9\cdot 4=13225-9000=4225$$

$$t=\frac{115\pm 65}{500} \qquad t_1=\frac{9}{25}; \quad t_2=\frac{1}{10};$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

таким образом в ур-ии два корня

$2500t^3 - 1400t^2 + 205t - 9 = 0$

$t = \frac{1}{10}$ и $t = \frac{9}{25}$;

$x^2 = \frac{1}{10}$ $x^2 = \frac{9}{25}$

$x = \pm\frac{1}{\sqrt{10}}$; $x = \pm\frac{3}{5}$;

Осталось проверить подходят ли в исходном ур-ии;

Проверкой убеждаемся, что

им подходят только $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$; $x = -\frac{3}{5}$;

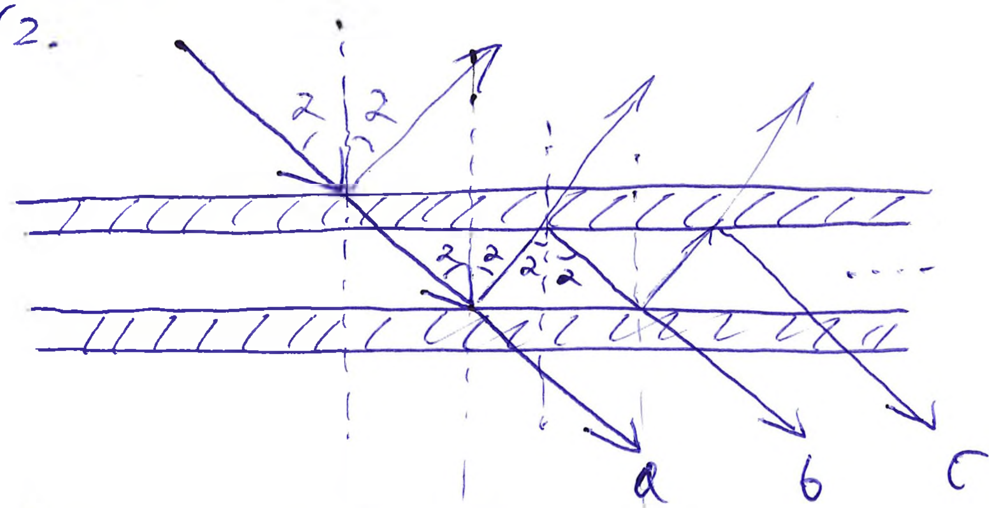
По модулю наиб. из корней $\underline{-\frac{3}{5}}$, т.к.

$\frac{3}{5} \overset{?}{>} \frac{1}{\sqrt{10}}$ $|\,)^2$

$\frac{9}{25} > \frac{1}{10}$ $|\cdot 10$

$\frac{18}{5} > 1$ ✓

№2.



40% отражает
21% пропускает
39% поглощает

Посчитаем сколько процентов составляет лучи a, b, c

x – кол-во лучей изначально

a: $0{,}21 \cdot 0{,}21x$

b: $0{,}21 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}21x$

c: $0{,}21 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}21x$

$\vdots$

тогда все было пропущено:

$$P = 0{,}21 \cdot 0{,}21x + 0{,}21 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4x + 0{,}21 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4x + \ldots$$

$$P = 0{,}21 \cdot 0{,}21x\left(1 + (0{,}4)^2 + (0{,}4)^4 + (0{,}4)^6 + \ldots\right)$$

Заметим, что $1, (0{,}4)^2, (0{,}4)^4, (0{,}4)^6, \ldots$ – это геом. прогрессия! тогда её сумма $S = \frac{b}{1-q}$,

где $b = 1$; $q = (0{,}4)^2$; $S = \frac{1}{1-(0{,}4)^2} = \frac{1}{0{,}84} = \frac{100}{84} = \frac{25}{21}$

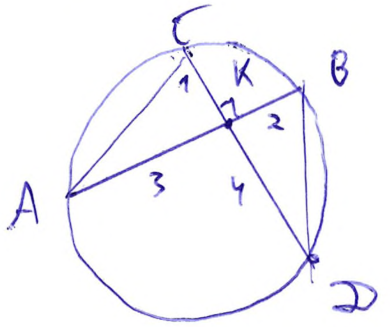
$$P = 0{,}21 \cdot 0{,}21x \cdot \frac{25}{21} = 0{,}21 \cdot 0{,}25x$$

Итого было пропущено 5,25% лучей

А значит не пропущено 100% − 5,25% = 94,75%

ответ: 94,75% (+)

№3.



докажем, что данная конфигурация невозможна, а вопрос задачи тогда некорректный!

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 12111

ШИФР НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ВА 39-81

а не верно это потому что $AK \cdot KB = CK \cdot KD$

однако $3 \cdot 2 \neq 1 \cdot 4$?!

Ну либо можно сказать, что $\triangle ACK \sim \triangle DBK$,

т.к. $\angle ACD = \angle ABD$ (вписанные угол, опир. на одну хорду)

~~$\angle ACK =$~~

$\angle AKC = \angle BKD = 90°$

Но раз $\triangle ACK \sim \triangle DBK$, то

$\frac{AK}{KD} = \frac{CK}{BK}$, но $\frac{3}{4} \neq \frac{1}{2}$?!

№5.

$2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \vdots 2023^2$?

$(2023+1)^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2}$?

когда будем раскрывать скобки, все слагаемые будут $\vdots 2023^2$, кроме $2026 \cdot 2023$ и 1;

Док-во?

$(2023+1)^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2} 2026 \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 =$

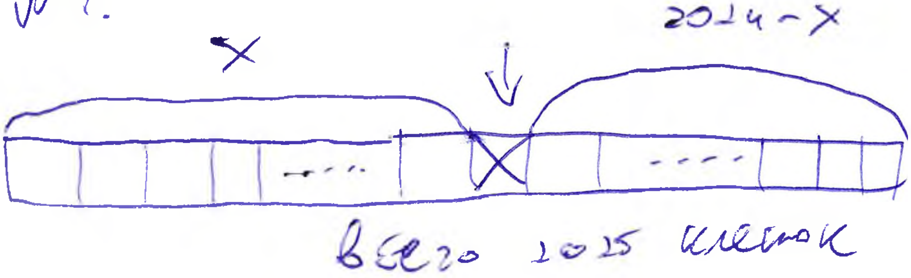
$= 2026 \cdot 2023 + 1 - 2024 \cdot 2026 + 2025 = 2025 + 1 - 2026 = 0$

т.е. $2024^{2026} - 2024 \cdot 2026 + 2025 \equiv_{2023^2} 0$

Ответ: делиться!

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.



Рассмотрим сколькими вариантами можно пройти расстояние, например, 6 или 7:

для 7-ки:

1-1-1-1-1-1-1 ← 1 в.

1-1-1-1-1-2 ← C_6^1

1-1-1-2-2 ← C_5^2

1-2-2-2 ← C_4^3

всего вар.

$1+C_6^1+C_5^2+C_4^3$

! Логично!

для 6-ки:

1-1-1-1-1-1 ← 1 в.

1-1-1-1-2 ← C_5^1

1-1-2-2 ← C_4^2

2-2-2 ← C_3^3

$1+C_5^1+C_4^2+C_3^3$

Тогда понятно, что кол-во вариантов пройти расстояние длины n: где n=2K или n=2K+1

$\vartheta(n) = 1+C_{n-1}^1+C_{n-2}^2+\dots+C_{n-K}^K$

Тогда если наш. положение на концах, то кол-во вариантов:

$1+C_{2023}^1+C_{2022}^2+\dots+C_{1013}^{1011}+C_{1012}^{1012}$

и ?

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	МЭИ с использованием ВКС

№ группы Место проведения

AL53-28

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Шушпанова

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 13.06.2008 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 13:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

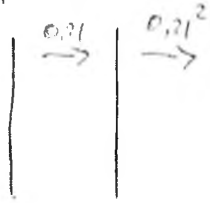
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ AL53-28

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1



Пусть 100% = 1

Тогда на первом этапе далее пройдет 0,21

$0,21^2$ – сразу не пройдет оба экрана

$0,4 \cdot 0,21$ – останется между

отраж. прошло $0,4^2 \cdot 0,21^3$ – пройдет через второй экран после след. соударения

Так будет бесконечно будут ударяться о второй экран, уменьшая процент

на 3й удар о второй монитор: $0,4^4 \cdot 0,21^4$

в общем виде: за ход добавляется 2 отражения $(0,4^2)$ и один проход 0,21 т.е. шаг геом прогрессии $0,4^2 \cdot 0,21$

~~т.е. на n ход 0,4~~

где $b = 0,4^2$ – первый член (прошел данный % после первого удара) q – шаг, $q = 0,4^2 \cdot 0,21$

$S = \frac{b}{1-q}$ – прошло

$0,21(0,61)$

$\Rightarrow$ не прошло $1 - S = \frac{1-q-b}{1-q} \overset{?}{=} \frac{1 - 0,4^2 \cdot 0,21 - 0,21^2}{1 - 0,4^2 \cdot 0,21} \approx 0,95$

Ответ: около 95% не прошло, точнее $\frac{1 - \cancel{0,0777}}{0,9664}$

+

Лист 01 из 05

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Пусть $y=\sqrt[3]{1-x^2}$

$\sqrt[3]{8x^3-1-12x^2\sqrt[3]{1-x^2}+x^2+6x\sqrt[3]{(1-x^2)^2}} =$

преобразуем выражение под корнем

$= \sqrt[3]{8x^3-12x^2y+6xy^2-\underbrace{y^3}_{1-x^2}} = \sqrt[3]{(2x-y)^3} = 2x-y$

3 степень ⇒ знак не меняется

$\underbrace{1-x^2}_{y^3}+\cancel{2x}-y=\cancel{2x}$

$y^3-y=0 \quad y(y-1)(y+1)=0$

$y=0 \quad 1-x^2=0 \quad x=\pm1$

$y=1 \quad 1-x^2=1 \quad x=0$ — положительные корни есть

$y=-1 \quad 1-x^2=-1 \quad x=\pm\sqrt2$

1 — минимальный по модулю, $\sqrt2$ максимальный

?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ AL53-28

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Посмотрим, с чем сравним x^{2025} по модулю $(x-1)^2$

$$x^{2025}=\left[(x-1)+1\right]^{2025}=(x-1)^{2025}+C^1_{2025}(x-1)^{2024}\cdot 1+\ldots+C^{2023}_{2025}(x-1)^2+C^{2024}_{2025}(x-1)+$$

$$+C^{2025}_{2025}$$

C_n^k – всегда натуральные числа $\Rightarrow$ все слагаемые, где присутствует $(x-1)$ в степени 2 и больше, делятся на $(x-1)^2$

$$\Rightarrow x^{2025}\underset{(x-1)^2}{\equiv} C^{2024}_{2025}(x-1)+C^{2025}_{2025}=2025(x-1)+1$$

Тогда

$$x^{2025}-2025x+2024\underset{\bmod (x-1)^2}{\equiv} 2025(x-1)+1-2025x+2024=$$

$$=2025\big(\underbrace{(x-1)-x+1}_{0}\big)=0$$

если $x^{2025}-2025x+2024\underset{(x-1)^2}{\equiv}0$, то данное выражение ~~2 деление...~~ делится на $(x-1)^2$ при $\forall x$.

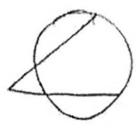
+

Лист 03 из 05

AL53-28

№4

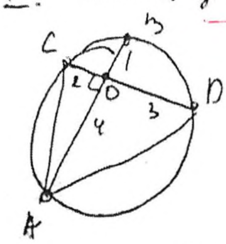
I. Мы знаем, что если хорды 1ой окружности пересек-ся, то произведение отрезков одной хорды = произведению отрезков другой. $1\cdot4 \neq 2\cdot3$ ⇒ а т.к. хорды в круге и хорды в окружности — это одно и то же, то единств. возможный случай, когда хорды пересекаются вне круга



но тогда точка пересечения дает только один отрезок

и даже если считать отрезки, на которые делится прямая, содержащая хорду, окружностью, не будет выполняться степень точки +

II. Если забыть про теорему о двух пересекающихся хордах



Пусть хорды AB и CD $AB \cap CD = O$

Пусть $AO=4$, $BO=1$, $CO=2$, $OD=3$

$\Rightarrow AD=\sqrt{16+9}=5$

$AC=\sqrt{16+4}=2\sqrt5$

$S_{\triangle ACD}=\frac{AC\cdot CD\cdot AD}{4R}=\frac12 AO\cdot CD=\frac12\cdot4\cdot5=10$ $\cancel{4}R=\frac{2\sqrt5\cdot5\cdot5}{10\cdot4}=\frac{5\sqrt5}{4}$

$S_{круга}=\pi r^2=\boxed{\frac{\pi\cdot125}{16}}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 Пройдет колотун от одного конца колеи до другого за фиксированное кол-во ходов, поэтому его считать нет необходимости

Заметим, что кол-во комбинаций можно представить в виде суммы C_n^k.

Пусть x и $2024-x$ — расстояния до концов

$a+2b = 2024-x$
$a`+2b` = x$
— где $a, b, a`, b`$ — соотв кол-во ходов

$2b$ и $2b`$ — всегда четны ⇒ от x зависит четность a ⇒ a может быть при четном x всеми четными числами до $2024-x$, аналогично при нечетном x.

Всего ходов в одну и вторую сторону соотв $a+b$ и $a`+b`$

т.е. сумма искомая $C_{a+b}^{0/1}+\ldots+C_{a+b}^{a+b}+C_{a`+b`}^{0/1}+\ldots+C_{a`+b`}^{a`+b`}$

что символизирует кол-во возможных позиций, каким чередом сделать ход на 1 (т.к. считаем кол-во 1)

Зная теорию комбинаторики, очевидно, что максимум суммы достигается при равных $a+b=a`+b`$

⇒ $2024-x=x$, $x=1012$ — что соотв 1013 позиции

Ответ на 1013 клетке

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M6F01	КГЭУ (г. Казань)
№ группы	Место проведения

UZ83-28

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Юнусов

ИМЯ Азамат

ОТЧЕСТВО Марсович

Дата рождения 20.12.2012 **Класс:** 6

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№1 +

Рассмотрим два варианта; того кто Кузьма Вопроскин:
1) Кузьма Вопроскин - месяц. Если он месяц, значит ответ на вопрос - нет. Поэтому он не принадлежит к людям того же типа, тогда те люди - солнышки. И их вопрос „Является ли Кузьма Вопроскин месяцем" должен иметь ответ „да", так и есть, потому что Кузьма - месяц. Вариант нам подходит
2) Кузьма Вопроскин - солнышко. Если он солнышко, значит ответ на вопрос - да. Поэтому он принадлежит к людям того же типа, тогда те люди также солнышки. И их вопрос „Является ли Кузьма Вопроскин месяцем" должен иметь ответ „да", но мы сказали, что Кузьма - солнышко, а не месяц. Получили противоречие.
Значит Кузьма Вопроскин точно месяц.
Ответ: мы можем определить, что он месяц.

№2 ∓

Ответ: $168+375=543$ как?

№4

Для удобства мы каждую горстку превратим в кучку орехов, расположенных в ряд. Можно заметить, что разбивать кучки мы можем только оттуда, где перегородки между орехами. А перегородок всегда $n-1$ (где n - кол-во орехов в ~~гру~~ горстке (кучке)). Когда кончатся перегородки ($n-1$ будет равен 0), то останутся лишь одиноко лежащие орехи. Кол-во перегородок всего $(7-1)+(11-1)+(13-1)+(17-1)=6+10+12+16=44$, значит ходов всего будет 44. А так как первым ходит Мышиный король, а ходов чётное кол-во, значит ходов не останется для первого то есть Мышиного короля, и выиграет Щелкунчик.
Ответ: Щелкунчик.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Сперва посчитаем кол-во букв в обоих словах, их в обоих по 12 штук. Пусть n – максимальное кол-во слов, составленных методом вычёркивание двух букв с исходного слово, имеющего все буквы различные или стоящие на расстоянии более одной буквы одинаковые буквы. Зачем же нужно условие после последней запятой: а затем, чтобы при вычёркивание двух разных по месту нахождение пар букв не образовывалось одинаковое слово. И такое возможно только если между двумя одинаковыми буквами не более a-1 букв (где a кол-во букв, которые можно зачёркивать), ~~в нашем~~ так как нужно вычеркнуть буквы, которые между одинаковыми буквами и одну из одинаковых букв. В нашем случае a-1=1, так как a=2. Также если будут две одинаковые буквы, лежащие рядом, то эта буква + любая другая будет в обоих словах. Сосчитаем кол-во таких ситуаций и каждая ситуация будет отнимать по 1 слову.

АР РА ?

1 слово: n-1 (алл)-1(ЛЛЕ)-1(ЛЕЛ)-1·7 (так как второе условие образование ситуации (две рядом лежащие одинаковые буква + любая другая).

2 слово: здесь есть всего две одинаковые „К", лежащие на расстоянии более 1 букв. Поэтому из n ничего не вычитается.

Получаем, что в первом слове n-10, а во втором n. Значит больше слов может получиться у Мурзика

(+)

Ответ: Мурзик

№3

(+)

~~Рассмотрим какие пары~~ Для большего произведение нужно стараться не использовать единицы, так как они не увеличивают произведение, а только увеличивают сумму. Рассмотрим числа в какой-то степени, образующие 52 в сумме того кол-ва чисел, сколько в произведении. Для этого разложим 52 на простые множители $52=2\cdot2\cdot13$. Значит всевозможные степени $2^{26}\cdot4^{13}$, $13^4\cdot26^2$ и $3^{17}\cdot1$, но какой же наибольший. $2^{26}=8^8\cdot4$, $3^{17}\cdot1=9^8\cdot3$. Очевидно, что $3^{17}\cdot1$ больше и 13^4 меньше его. Значит наибольшее произведение $3^{17}\cdot1$, а значит сумма $3\cdot17+1$.

Ответ: $3\cdot17+1=52$

почему это МАКСИМАЛЬНОЕ будет произведение?

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M5F01	МЭИ (Москва)
№ группы	Место проведения

QW28-84

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № ________

ФАМИЛИЯ Яшина

ИМЯ Елизавета

ОТЧЕСТВО Александровна

Дата рождения 30.04.2013 **Класс:** 5

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 2 **листах** **Дата выполнения работы:** 02.03.2025 09:00
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ____________________

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

№3

Применим следующую стратегию:
первым ходом Щелкунчик уравнивает эти две кучки.
То есть ~~съедает~~ берёт 58 - 42 = 16 орехов из второй кучки.
Далее после хода Мышиного короля Щелкунчик будет брать столько же сколько взял Мышиный король только из другой кучки. Тогда всегда после хода Щелкунчика будет равное кол-во орехов. Мышиный король не сможет нарушить эту стратегию так как Щелкунчик всегда сможет отразить его ход в другой кучке. Тогда после того как Мышиный король каким-то ходом заберет все орехи из какой-то кучки до 0 то Щелкунчик сделает тоже самое и тогда Щелкунчик выиграет.

Ответ: Щелкунчик.

+

№4

Разберем два случая:

+

Если на ~~ответ~~ вопрос Киры можно ответить да:
То тогда Кира будет солнышком а Анфиса раз на вопрос Киры то что среди них хотя бы один месяц то Анфиса будет месяцем.
Если на вопрос Киры можно ответить нет:
То тогда Кира будет месяцем но это уже противоречит ответу Анфисы то что нету никого из них из месяцев.
Тогда
Ответ: Кира солнышко, Анфиса месяц.

№5 +

Ответ: Да, может.

Так как в слове параллельный есть 3 повторяющихся буквы а в слове интегральный максимум 2 то в слове барбоса нам будет в двух случаях без разницы какие две буквы выбирать (1и 3л либо 2 и 3л). В слове Мурзика такого не будет поэтому у Мурзика получится больше различных слов.

№1 ∓

Сразу можно дать оценку того что пробывание гостей длится не менее 8 минут так как только сказка для Ивана-царевича длится 8 минут.

Тогда можно попробовать уложиться в 8 минут.

Тогда ~~параллельно~~ у каждого персонально своя сказка тому как слушает сказку И-ц будет также слушать сказку сначала Хаврошечка а потом Василиса премудрая. Тогда они тратят 8минут.

Ответ: И-ц (параллельно из Хаврошечка а потом В п).

№2 ∓

$$\begin{array}{r} 406 \\ +529 \\ \hline 935 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ +518 \\ \hline 825 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cancel{208} \\ +\cancel{517} \\ \hline 725 \end{array}$$

как?

Можем заметить что всегда будет переход через разряд.