

ЗАДАНИЕ ПО ИНФОРМАТИКЕ
ВАРИАНТ 37111 для 11-го класса

Разрабатывать алгоритмы необходимо на языке блок-схем, псевдокоде или естественном языке

1. В МЭИ установили бассейн для новых соревнований. Бассейн может реконфигурироваться и может быть описан квадратной матрицей $N \times N$. Число в ячейке матрицы обозначает глубину блока (в метрах), площадь каждого блока 4 кв. м. Вода в бассейн наливается по очереди, в блоки с номерами (1,1), (1,2), (1,3),..., (1,N). Рассчитайте объем воды в литрах, которую можно залить в бассейн, заданный целочисленной матрицей $N \times N$.

Решение:

Для каждого последующего элемента матрицы, начиная с (1,1), необходимо находить такие соседние, что их значение не равно 0 (нулевая глубина блока, очевидно, препятствует протеканию воды дальше). Для того, чтобы проверка соседних блоков не заикливалась, целесообразно создать дополнительную матрицу признаков – были ли уже учтен данный блок или нет. Тогда, найдя соседний блок ненулевой глубины, необходимо добавить его глубину к накапливаемой сумме, отметить блок учтенным и продолжить поиск соседних блоков ненулевой глубины. В случае, когда у всех учтенных блоков не осталось более соседних блоков ненулевой глубины, следует повторить алгоритм, начиная обход с (1,2), (1,3) и т.д., но не меняя содержимого матрицы проверки блоков. Когда проверены все способы заполнения до (1,N) следует прекратить обход и вычислить объем залитой воды, умножив накопленную сумму на площадь в кв. м и на 1000.

2. В пространстве имеется ряд объектов - точек с координатами (x,y,z) в прямоугольной (декартовой) системе координат, причем все координаты можно считать целыми числами. Необходимо предложить алгоритм подтверждения или опровержения гипотезы: для заданного набора объектов можно найти такую точку (объект), что расстояние от этого объекта до наиболее удаленного от него будет не менее чем вдвое превышать среднее расстояние от этого объекта до всех остальных объектов.

Решение:

Для каждой точки из заданного массива (или списка) необходимо рассчитать расстояние до всех остальных точек и найти наибольшее (можно уменьшить объем вычислений, учитывая, что расстояние (квадрат расстояния) между точками i и j такое же, как между j и i):

Для $i=1$ до $N-1$

Для $j=i+1$ до N

$$\text{Rasst}[i,j] = (x[i]-x[j])^2 + (y[i]-y[j])^2 + (z[i]-z[j])^2$$

Для $i=2$ до N

Для $j=1$ до $i-1$

$$\text{Rasst}[i,j] = \text{Rasst}[j,i]$$

Находим наибольшее значение в каждом столбце (или в каждой строке), среднее значение элементов в столбце:

Для $i=1$ до N

$$\text{MaxRasst}[i] = \text{Max}(\text{Rasst}[i,:])$$

$$S=0$$

Для $j=1$ до N

$$S=S+\text{Rasst}[i,j]$$

$$\text{SrRasst}[i]=S/(N-1)$$

Затем достаточно найти i , такое что $\text{MaxRasst}[i] \geq 2 * \text{SrRasst}[i]$ – тогда гипотеза будет подтверждена

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Заключительный этап.

3. Может ли существовать натуральное число, имеющее в двоичной системе счисления 11 значащих цифр, в десятичной системе – 4 значащих цифры, в тринадцатеричной системе – 3 значащих цифры и имеющее три нуля (000) в младших разрядах при использовании системы счисления по основанию 11? Если да, укажите число (в десятичной системе), если нет – обоснуйте (докажите) невозможность существования такого числа.

Решение: 11 значащих цифр в двоичной записи ограничивают диапазон значений от 1024 до 2047. Весь диапазон соответствует четырем десятичным разрядам, а в тринадцатеричной системе три разряда потребуются для чисел больше 168, но меньше 2197. Число должно быть кратно 1331 ($11 \cdot 11 \cdot 11$) – такое число оказывается единственным, это число 1331.

4. Микроконтроллер должен вычислить сумму произведений тридцати 6-разрядных (в двоичной системе счисления) целых чисел (старший разряд – знаковый). Возможно ли провести вычисления без потери точности, используя 16-битные регистры для хранения операндов и результата? Обоснуйте ответ.

Решение: да, возможно, $5 + 5 \cdot 2 + 1 = 16$

5. Предложите алгоритм формирования условия для несложной шахматной задачи: надо сгенерировать случайную позицию на доске с двумя королями и белым ферзем, так, чтобы имело смысл поставить задачу «черные начинают, но при любом начальном ходе черных белые выигрывают». Для генерации случайных чисел можно использовать генератор, дающий случайное целое число в диапазоне 0-255.

Решение:

Условие задачи предполагает, что исходная позиция на доске удовлетворяет условиям: черный король может сделать ход (есть соседнее поле, где не будет объявлен шах) и черный король не может первым ходом взять ферзя (выигрыш будет невозможен, ничья). Вариант решения – выбрать случайные позиции для черного и белого королей, ладей (если доска представляется матрицей 8×8 , то позиция фигуры может быть сгенерирована с помощью генератора: горизонталь $i = \text{целая часть от деления}(\text{RAND}, 32) + 1$, вертикаль $j = \text{целая часть от деления}(\text{остаток от деления}(\text{RAND}, 32), 4) + 1$. Необходимо проверить совпадение координат фигур, а также условие ЕСЛИ $(|i_{\text{черн_кор}} - i_{\text{бел_кор}}| < 2)$ И $(|j_{\text{черн_кор}} - j_{\text{бел_кор}}| < 2)$ – условие соблюдения правил, два короля не должны оказаться на соседних клетках, проверить все клетки, соседние с позицией черного короля: например, нет ли шаха со стороны ферзя или короля белых, проверить, не находится ли ферзь на соседней с черным королем клетке, так что при этом белый король, в свою очередь, не находится на соседней клетке с белым ферзем. Если хотя бы одно такое условие выполняется для всех клеток, соседних с позицией черного короля, то необходимо сгенерировать координаты заново.