

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17091 для 9 класса

1. Пусть четырехзначные числа n , k , m обозначают различные годы XXI века, отличающиеся друг от друга на 5 лет, причем хотя бы одно из них оканчивается нулем. Докажите, что произведение nkm делится на 750.

2. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \leq x$. Например, $[-4/3] = -2$, $[\pi] = 3$, $[2] = 2$. Найдите все целочисленные решения данного уравнения, если таковые существуют.

$$\left[\frac{x}{2022} \right] + \left[\frac{x+1}{2022} \right] + \dots + \left[\frac{x+2021}{2022} \right] = x^{2023}.$$

3. Охотник Пулька для своей собаки Бульки заказал на АлиЭкспресс три куля собачьего корма. Наутро после доставки один куль оказался съеден. Под подозрение попали Торопыжка, Пончик и Сиропчик. Незнайка опросил свидетелей и установил следующее.

(1) Если Пончик ел корм, то Сиропчик не ел его.

(2) Свидетельства о том, что Пончик не ел и что Торопыжка не ел корм не могут быть истинными одновременно.

(3) Если Сиропчик не ел корм, то Пончик не ел его, а Торопыжка ел.

Кого из подозреваемых Незнайка может гарантированно обвинить или оправдать в поедании ночью целого куля собачьего корма?

4. В треугольнике ABC сторона AB вдвое короче стороны BC . Биссектриса BD пересекается со средней линией KM (точка K лежит на BC , а M на AB) в точке F . Докажите, что четырехугольник $AFKD$ – ромб.

5. Удовольствие, получаемое от каникул, пропорционально квадрату их продолжительности. Что выгоднее для увеличения удовольствия: устроить неразрывные каникулы или разделить их на две части? В какое максимальное количество раз (и в какую сторону) изменится удовольствие при разделении на две части?