

## ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Вариант 17061 для 6 класса

Решение

### Задача 1

Пять фиксиков собрали для утилизации отработанные энергосберегающие лампочки. Каждый из них подсчитал, сколько собрали все остальные (взятые вместе, без считающего). У первого вышло 25 лампочек, у второго – 30, у третьего – 45, у четвертого – 33, а у пятого – 27. Сколько всего энергосберегающих лампочек собрали все пятеро?

**Решение.**

Первый считает количества у 2-го, 3-го, 4-го и 5-го.

Второй считает количества у 1-го, 3-го, 4-го и 5-го и т.д.

Если сложить все полученные суммы вместе, то вклад каждого (из пяти-рых участников) будет учтен 4 раза. Поэтому общая сумма

$$S = \frac{25 + 30 + 45 + 33 + 27}{4} = 40.$$

**Ответ:** 40.

### Задача 2

Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Например,  $[-4/3] = -2$ ,  $[\pi] = 3$ ,  $[2] = 2$ . Решите в целых числах уравнение

$$\left[ \frac{x}{2} \right] + \left[ \frac{x+1}{2} \right] = 2x + 4.$$

**Решение.**

Рассмотрим левую часть при числах  $x$  разной четности.

Если  $x$  четное, то

$$\left[ \frac{x}{2} \right] = \frac{x}{2}, \quad \left[ \frac{x+1}{2} \right] = \frac{x}{2},$$

следовательно

$$\left[ \frac{x}{2} \right] + \left[ \frac{x+1}{2} \right] = x.$$

Если  $x$  нечетное, то

$$\left[ \frac{x}{2} \right] = \frac{x-1}{2}, \quad \left[ \frac{x+1}{2} \right] = \frac{x+1}{2},$$

следовательно

$$\left[ \frac{x}{2} \right] + \left[ \frac{x+1}{2} \right] = x.$$

Таким образом, левая часть уравнения всегда равна  $x$  в заданное уравнение эквивалентно

$$x = 2x + 4,$$

которое имеет решение  $x = -4$ .

**Ответ.**  $x = -4$ .

### Задача 3

От электростанции отходит несколько линий электропередачи. Все линии, кроме трех, ведут в город П. Все, кроме трех, ведут в поселок Б. Все линии, ведущие не в П и не в Б, ведут на подземные секретные объекты. Какое минимальное и какое максимальное количество линий может отходить от электростанции?

#### Решение

1) Каждая линия может вести в один из трех пунктов: П, Б или Х (секретный объект). Все линии, кроме трех, ведут в П, следовательно, в Б и Х суммарно идет 3 линии. Все линии, кроме трех, ведут в Б, следовательно, в П и Х суммарно идет 3 линии.

Поскольку хотя бы одна линия должна идти в каждый пункт, то в Х может идти 1 или 2 линии. Разберем эти случаи по очереди.

2) Пусть в Х идет 1 линия. Тогда в П идет 2, а в Б тоже 2. Всего получается 5 линий, все условия соблюдены.

3) Пусть в Х идет 2 линии. Тогда в П идет 1, а в Б тоже 1. Всего получается 4 линии, все условия также соблюдены.

Других вариантов быть не может.

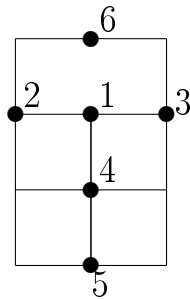
**Ответ:** минимальное количество линий – 4, максимальное – 5.

## Задача 4

Элементы 1, 2, 3, 4, 5, 6 электросхемы располагаются в узлах плоской клетчатой решетки, образованной одинаковыми квадратами. Надо соединить проводниками пары элементов 1-2, 1-3, 1-4, 2-5, 2-6, 3-5, 3-6 и 4-5. Каждый проводник должен проходить по линиям решетки, он может содержать несколько ребер квадратов, составляющих решетку, и если изгибается, то только под прямыми углами. По каждой стороне квадрата может проходить только один проводник, пересекаться проводники не должны. Найдите наименьшее число клеток решетки, содержащее такую схему.

### Решение

очень трудно формализовать, поэтому приведем рисунок электросхемы, занимающий наименьшее количество клеток.



**Ответ:** 6.

## Задача 5

Охотник Пулька для своей собаки Бульки заказал на АлиЭкспресс три куля собачьего корма. Наутро после доставки один куль оказался съеден. Под подозрение попали Торопыжка, Пончик и Сиропчик. Незнайке удалось установить следующее.

Если Торопыжка не ел корм, то Пончик тоже не ел, а Сиропчик ел.

Если Пончик ел, то Сиропчик тоже ел, а Торопыжка нет.

Если Сиропчик ел, то Пончик тоже ел, а Торопыжка нет.

Помогите Незнайке выяснить, кто же съел за ночь целый куль собачьего корма (либо покажите, что информации для этого недостаточно).

### Решение.

Занумеруем утверждения (1), (2), (3).

Если Пончик ел, то из (2) и (1) следует, что Пончик не ел. Противоречие говорит о ложности посылки, следовательно, Пончик не ел.

Если Сиропчик ел, то из (3) следует, что Пончик ел, а из (3) и (1) следует, что Пончик не ел. Таким образом, Сиропчик не ел.

Комбинация Торопыжка ел, Пончик – нет, Сиропчик – нет не противоречит ни одному из утверждений. Следовательно, все съел один Торопыжка.

ИЛИ

Составим таблицу всех вариантов

	Пончик	Сиропчик	Торопыжка	
1	ел	ел	ел	невозможно в силу (2)
2	ел	ел	нет	невозможно в силу (1)
3	ел	нет	ел	невозможно в силу (2)
4	ел	нет	нет	невозможно в силу (1)
5	нет	ел	ел	невозможно в силу (3)
6	нет	ел	нет	невозможно в силу (3)
7	нет	нет	ел	
8	нет	нет	нет	невозможно в силу (1)

**Ответ.** Торопыжка все съел, а Пончик и Сиропчик не ели.