

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11103 для 10 класса

1. Обозначим через x_1, x_2, x_3 корни многочлена $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$. Найдите значение выражения $(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) / \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

2. Трудясь непрерывно, Пончик и Сиропчик в течение суток съели месячный запас вкусняшек, при этом их прожорливость ночью составляла 70% от их прожорливости днем. Выясните, во сколько раз должна измениться длительность дня, чтобы съесть тот же запас за то же время, если их дневная прожорливость понизится на 10% (при неизменной ночной)?

3. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \leq x$. Например, $[-4/3] = -2$, $[\pi] = 3$, $[2] = 2$. Решите в целых числах уравнение

$$\left[\frac{x}{2} \right] + \left[\frac{(x+1)^2}{2} \right] = x.$$

4. Нарисуйте (и обоснуйте) множество всех точек на декартовой плоскости XOY , координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} |x + y + 1| \leq 5 - |x - y + 1|, \\ |x + y + 1| \leq 4, \\ |x - y + 1| \leq 4. \end{cases}$$

5. Коротая время перед рассветом, суперагенты Алов и Вертов играют в такую игру: Алов выбирает произвольное целое число a_1 , Вертов увеличивает или уменьшает его на 2, получая число b_1 . Затем каждый по очереди вычисляет свое следующее число по формулам:

$$\begin{cases} a_{n+1} = n(n-1) - 5a_n - 7b_n, \\ b_{n+1} = 2 + n^2 - n - 5b_n - 7a_n, \quad n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Могут ли агенты на каком-то шаге $n > 1$ получить равные числа?