

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ
ВАРИАНТ 11113 для 11 класса

1. Обозначим через x_1, x_2, x_3 корни многочлена $P(x) = x^3 - x^2 - x + p$.
Найдите значение выражения $(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) / \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right)$.

2. Трудясь непрерывно, Пончик и Сиропчик в течение суток съели месячный запас вкусняшек, при этом их прожорливость ночью составляла 70% от их прожорливости днем. Выясните, во сколько раз должна измениться длительность дня, чтобы съесть тот же запас за то же время, если их дневная прожорливость понизится на 10% (при неизменной ночной)?

3. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое m такое, что $m \leq x$. Например, $[-4/3] = -2$, $[\pi] = 3$, $[2] = 2$. Решите в целых числах уравнение

$$\left[\frac{11x}{8} \right] + \left[\frac{20x - 1}{8} \right] = \left[\frac{x - 12}{8} \right] + \frac{21x}{8} - 8.$$

4. Нарисуйте (и обоснуйте) множество всех точек на декартовой плоскости XOY , координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 3, \\ \pi^{2y-x^2+2} \geq (1/\pi)^{1-y}. \end{cases}$$

5. Коротая время перед рассветом, суперагенты Анин и Ванин играют в такую игру: Анин выбирает произвольное целое число a_1 , Ванин увеличивает или уменьшает его на 2, получая число b_1 . Затем каждый вычисляет следующее число по формулам:

$$\begin{cases} a_{n+1} = n^2 - 5a_n - 7b_n, \\ b_{n+1} = n(n+1) - 5b_n - 7a_n + 2, \quad n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Могут ли агенты на каком-то шаге $n > 1$ получить равные числа?