

ЗАДАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ  
ВАРИАНТ 11114 для 11 класса

1. Обозначим через  $x_1, x_2, x_3$  корни многочлена  $P(x) = x^3 + ax^2 + x + 1$ .  
Найдите значение выражения  $(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}\right)^2$ .

2. Трудясь непрерывно, Пончик и Сиропчик в течение суток съели месячный запас вкусняшек, при этом их прожорливость ночью составляла 75% от их прожорливости днем. Выясните, во сколько раз должна измениться длительность ночи, чтобы съесть тот же запас за то же время, если их ночная прожорливость понизится на 20% (при неизменной дневной)?

3. Целой частью  $[x]$  числа  $x$  называется наибольшее целое  $m$  такое, что  $m \leq x$ . Например,  $[-4/3] = -2$ ,  $[\pi] = 3$ ,  $[2] = 2$ . Решите в целых числах уравнение

$$\left[\frac{7x+8}{15}\right] + \left[\frac{8x-7}{15}\right] = \left[\frac{17x}{5}\right] + \frac{x}{15} - 38.$$

4. Нарисуйте (и обоснуйте) множество всех точек на декартовой плоскости  $XOY$ , координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$\begin{cases} |y| \leq 1 \\ x^2 + y^2 - 2|x| - 4|y| \leq 5. \end{cases}$$

5. Коротая время перед рассветом, суперагенты Ханин и Усс играют в такую игру: Ханин выбирает произвольное целое число  $x_1$ , Усс увеличивает или уменьшает его на 2, получая число  $y_1$ . Затем каждый вычисляет следующее число по формулам:

$$\begin{cases} x_{n+1} = 4x_n + 7y_n + n - n^2 + 3n - 4, \\ y_{n+1} = 7x_n + 4y_n + n - n^2 + n - 3, \quad n = 1, 2, \dots \end{cases}$$

Могут ли агенты на каком-то шаге  $n > 1$  получить равные числа?