Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ

Место проведения

SQ46-76

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Алисов

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Антонович

Дата рождения 13.11.2011

Класс: 6

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 листах

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

Сначала узнаем вес буквы „т". Её ~~вес~~ это вес слова „мост" ~~минус~~ минус вес слова ~~сто~~ сом.

Вес ~~„м~~ „т" = 26-21=5

Вес буквы „м" ~~это~~ „мост" минус „сто",

„м" = 26 - 17 = 9

Вес „л" это „стол" минус „сто", ~~„л"~~ ~~вес~~

Вес „л" = 23 - 17 = 6

Из слова „вес" можно понять что.

Вес „с" это ~~либо 0, 1~~ 0 или 1 или 2 или 3 или 4 ~~но~~ или 5, но 5 это „т" значит „с" или 0, 1, 2, 3, 4.

Также ясно что в слове „вес" буквы это только цифры 0, 1, 4 из других наборов нельзя составить 5.

Тогда молот это 98685, ~~а~~ так как „с" это 4 потомучто если „с" будет 0 или 1 то 0 будет двухзначным числом что невозможно.

Ответ: молот это 98685.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №3

Если в стадя всяго 27 коров, тогда $27 \cdot 7 = 189$ пар коров которые общаются но здесь мы учитывали каждую пару два раза значит нужно 189 : 2 но оно не делится значит это нявозможно Хавронья права.

Ответ: Хавронья права.

+

~~Задача №41~~

~~Заметим что сначала на главную роль можно взять Тряпкина ~~Жапкина~~ тогда на роль второго плана можно взять Ляпкина ~~Ляпкина~~, Тапкина, ~~Тряпкина~~, Охапкина, Шапкина, Допустим возьмём Шапкина Тогда на последнюю ~~нюю~~ роль может занять. Ляпкин, Тапкин, ~~Тряпкин~~, ~~Охапкин~~, ~~Ша~~~~

Задача №5

Попробуем сделать так чтобы не было людей которые сделали одинаковое число приветствий тогда:

первый не здоровался, второй - 1 раз поздоровался, третий - 2 раза поздоровался ... ~~во~~ девятнадцатый - 18 раз поздоровался но тогда ~~сумма~~ здравствуйте прозвучало нечётное число ? раз, а мы знаем что здороваются оба партнёра значит было хотя бы одно здравствуйте значит есть хотя бы два человека которые поздоровались одинаковое число раз.

Задача №1

Ляпкин снимаются только с ~~Жабкиным~~, ~~а Жабкин~~ с Охапкиным ~~но охап~~

Заметим что Шапкин снимается только с ~~Охапкиным~~ Тапкиным и Тапкин выше его по роли, тогда в эпизодическую роль можно взять Жабкина.

Ответ: главная - Тапкин, второго плана - Шапкин, эпизодическая - Жабкин.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M8F01	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

QD22-37 ← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

шифр

Вариант № 17881

ФАМИЛИЯ Антонов

ИМЯ Кирилл

ОТЧЕСТВО Алексеевич

Дата рождения 18.06.2009 **Класс:** 8

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ка

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

QD22-37

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QD22-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

$\overline{1xyfgh}$ – изначальное число

оно находится в диапазоне от 199999 до 110000

$\overline{xyfgh1}$ – получившееся число

оно находится в диапазоне от 999991 до 100001

заметим, что $x > 0$ так как $\overline{xyfgh1} > \overline{1xyfgh}$.

$\overline{1xyfgh}$ $\overline{xyfgh1}$

199999 999991 заметим, что

во втором числе изменение будет в 10 раз больше так как у него уменьшается та эта цифра, которая стоит в следующем разряде, а 1 не изм. по усл. ⇒ частное уменьшается всегда (с каждым изменением делимого и делителя ⇒ каждое зн. частного встречается лишь 1 раз

999991 : 109999 ≈ 4,9 ⇒ макс. значение частного

и так как частное уменьшается вместе с уменьшением делителя и делимого в нашей последовательности нам нужно найти выражение с макс. целым частным

При этом мы знаем, что $h \cdot z = \overline{m1}$

$z < 5$, это возможно только если частное 7 или 3, так как нам нужно максимальное найдем выражение с использованием нужного частного.

$\times \dfrac{\overline{1xyfgh}}{3}$ $h \cdot 3 = \overline{m1}$ ⇒ $h = 7$

$m = 2$

$\overline{428571}$

$\overline{xyfgh1}$

$g \cdot 3 + 2 = \overline{k1}$

$g \cdot 3 = \overline{k5}$

$g = 5$

$y \cdot 3 + 2 = \overline{l8}$ $y = 2$ $x \cdot 3 = \overline{j2}$

$y \cdot 3 = \overline{l6}$ $l = 0$ $x = 4$ $j = 1$

$f \cdot 3 + 1 = \overline{q5}$

$f \cdot 3 = \overline{q4}$

$f = 8$ $q = 2$

продолжение лист 2

QD22-37

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QD22-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\overline{xyfgh1} = 428571 \Rightarrow$ Исходное 142857 частное максимально возможное делитель и делимое тоже.

Ответ 142857

№5

$1-1:\left(1-1:\left(1-1:\left(1-1:(x-2024)\right)\right)\right) = 1-1:(1:0{,}2-1)$

$$\frac{1}{1-1:\left(1-1:\left(1-1:(x-2024)\right)\right)} = \frac{1}{1:0{,}2-1}$$

$\left(1-1:\left(1-1:\left(1-1:(x-2024)\right)\right)\right) = 1:0{,}2-1 + 1$

$$\frac{1}{1-1:\left(1-1:(x-2024)\right)} = \frac{1}{0{,}2}$$

$$1-\frac{1}{1-1:(x-2024)} = 0{,}2$$

$$0{,}8 = \frac{1}{1-1:(x-2024)}$$

$$\frac{10}{8} = 1-1:\overline{x-2024}$$

$$\frac{1}{x-2024} = -\frac{2}{8} \Rightarrow$$

уравнение имеет 1 решение Ответ $2024-\frac{8}{2}=2020$

±

QD22-37

Лист 02 из 04

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17881

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QD22-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

в неделю

2 дня "Путаник"

1 день "Шалун"

4 дня — другие блюда

В понедельник м.б. любое блюдо

если шалун, то в другие дни его уже не будет, тогда будут во вторник точно стоит другое блюдо так как "Путаник" и "Шалун" не могут быть рядом.

Остается выбрать 2 дня из 5

это $C_5^2 = 10$

если шалун стоит в воскресенье, то будет аналогично

если в какое-то из других дней недели (вт, ср, четв, пятн, суб), то другими блюдами будет занято 2 соседних дня ⇒ места для "Путаников" можно выбрать C_4^2 сп. $= 6$ ⇒ Ответ $10 \cdot 2 + 6 \cdot 5 = 50$

Ответ: 50

+

QD22-37

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17781

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ QD22-37

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3

Площадь четырехугольника в любом случае меньше треуг. так как четырехугольник лежит внутри 3-х уг. также она точно больше $\frac{1}{10}$, т.к. так как одна из его сторон $\frac{1}{5}$ отст. 1 а сумма двух других > данной следовательно

Ответ от $\frac{1}{9}$ (0,(1)) до 0,125

—

№2

Пусть истинная расх x л/100 км.

Пусть м. зап N раз, объем бака V л.

тогда пройд. путь $NV/100$ км., а произв. дивость $NVx/100$

по усл

$(N-1)V + V/4 \geq NVx/100$

—

$(N-1)V + V/4 \geq NVx/100$

$99V \geq 25x + 25V$

$74 \geq x + погр \Rightarrow погр$ 0,04 л/100 км $\Rightarrow$ Отв. 2

если V увел. в 1,5 р. погр. увел. расход

увел. —

Лист 04 из 04

QD22-37

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

СФ МЭИ

Место проведения

OF16-79

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17991

ФАМИЛИЯ БАЗИН

ИМЯ АЛЕКСЕЙ

ОТЧЕСТВО СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 11.05.2008 Класс: 9

Предмет математика Этап: финал

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

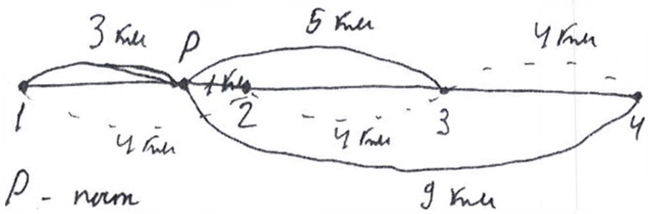
Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

① Нет, нельзя определить, т.к. пост может как лежать на линии электропередачи, так и вне её.

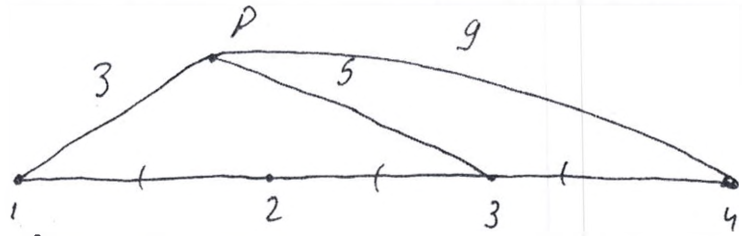
а) Если пост лежит на линии электропередачи, то



P - пост

Из рисунка видно, что в этом случае $m=4$ и расстояние от поста до 2-й подстанции равно 1 км.

б) Если пост не лежит на линии электропередач, то



P - пост

Из неравенства треугольника

$$\begin{cases} 2m < 8, \\ 3m < 12 \end{cases} \quad <=> m < 4$$

Следовательно, при $m < 4$ пост лежит не на линии электропередач

Нет ли противоречий при $m<4$?

Итак, пост может лежать как на линии электропередач, так и вне её.

Следовательно, по данным из условия нельзя однозначно определить, проходит ли линия электропередачи через центральный пост.

Ответ: нет, нельзя.

(2)

Способ расстановки (порядок не важен, т.е. это просто набор из 4-х не равных 0 чисел, $\Sigma = 10$)	Количество возможностей распределить пробирки между 4 группами данным способом
7 1 1 1	4
6 1 1 2	$4 \cdot 3$
5 1 1 3	$4 \cdot 3$
5 1 2 2	$4 \cdot 3$
4 1 1 4	$2 \cdot 3$
4 1 2 3	$4 \cdot 3 \cdot 2$
4 2 2 2	4
Итого:	$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 2 =$ $= 8 + 36 + 24 + 6 = 74$

~~P.S. все пробирки считались одинаковыми (так и сказано в условии), т.е. наборы 4-2-2-2 — это ровно сумма из~~

Ответ: 74.

−

(5) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$,

$ax^3 + 2024ax^2 + 2024^2 ax + 2024^3 a = 0$

Т.к. $a \neq 0$, то

$x^3 + 2024x^2 + 2024^2 x + 2024^3 = 0$,

$x(x^2 + 2024^2) + 2024(x^2 + 2024^2) = 0$,

$(x^2 + 2024^2)(x + 2024) = 0$,

$x^2 + 2024^2 = 0$ или $x + 2024 = 0$,

Нет решений, т.к. $x = -2024$

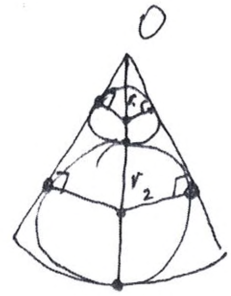
$x^2 \geq 0$

$x^2 + 2024^2 \geq 2024^2$

Ответ: −2024.

+

③



Обозначим радиусы меньшей и большей окружностей r_1 и r_2 соответственно. Т.к. окружности вписаны в круговой сектор и касаются внешним образом, то их центры, точка касания и центр окружности, из которой взят сектор, лежат на одной прямой.

Пусть отрезок от точки O до его пересечения с меньшей окружностью равен x. Тогда

$$\begin{cases} \dfrac{r_1}{x+r_1} = \dfrac{r_2}{x+2r_1+r_2}, \\ x+2(r_1+r_2) = R; \end{cases}$$

$$\frac{r_1}{x+r_1} = \frac{r_2}{x+2r_1+r_2};$$

$$r_2 x + \cancel{r_1 r_2} = r_1 x + 2r_1^2 + \cancel{r_1 r_2};$$

$$r_2 x = r_1 x + 2r_1^2;$$

$$x(r_2 - r_1) = 2r_1^2;$$

$$x = \frac{2r_1^2}{r_2 - r_1}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{2r_1^2}{r_2 - r_1}, \\ R = x + 2(r_1 + r_2). \end{cases}$$

Выполним подстановку

$$\cancel{R = \frac{2r_1^2}{r_2 + r_1}} \quad R = \frac{2r_1^2}{r_2 - r_1} + 2(r_1 + r_2);$$

$$R = \frac{2(r_1^2 + r_2^2 - r_1^2)}{r_2 \cdot r_1};$$

$$R = \frac{2r_2^2}{r_2 - r_1}$$

$$\frac{r_1}{R} = \frac{r_1(r_2 - r_1)}{2r_2^2};$$

$$\frac{r_1}{R} = \frac{r_1 r_2 - r_1^2}{2r_2^2};$$

$$\frac{r_1}{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2;$$

~~$\frac{r_1}{R} = \frac{1}{2}\frac{r_1}{r_2}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)$~~

~~Если $\frac{r_1}{r_2} \to 0$, то $\frac{r_1}{R} \to 0$~~

~~Если $\frac{r_1}{r_2} \to 1$, то $\frac{r_1}{R} \to 0$~~

$$\frac{r_1}{R}\left(\frac{r_1}{r_2}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$ — квадратичная функция, график - парабола, ветви направлены вниз

$$D\left(\frac{r_1}{R}\right) = (0; 1)$$

$\frac{r_1}{R}$ принимает наибольшее значение в вершине параболы

$$\frac{r_1}{r_2}{}_0 = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \frac{1}{2}$$

+

$$\frac{r_1}{R}{}_{наиб} = \frac{r_1}{R_0} = \frac{r_1}{R}\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

Ответ: $\frac{1}{8}$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17 991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ OF 16-79

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(4) $A = \overline{1abcde}$

$B = \overline{abcde1}$

$B : A = k,$

$2 \leq k \leq 9$

Цифра e – нечетная, т.к. число, оканчивающееся единицей, делится только на нечетные ~~цифры~~ числа; $e \neq 5$ следовательно, e ~~принимать~~ может принимать значения 3, 7, 9

а) Если $e = 9$, то $k = 9$. Тогда

$\overline{abcde1} = 9\,\overline{1abcde}$;

$100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1 = 900000 + 90000a + 9000b + 900c + 90d + 9e$;

$10\,000a + 1000b + 100c + 10d + e = 899\,999$

$\overline{abcde} = 899\,999$ – не подходит по числу знаков.

~~И 899~~ Следовательно, $k \neq 9$ и $e \neq 9$

б) Если $e = 3$, то $k = 7$. Тогда

$100\,000a + 10\,000b + 1000c + 100d + 10e + 1 = 700000 + 70000a + 7000b + 700c + 70d + 7e$;

$30\,000a + 3000b + 300c + 30d + 3e = 699\,999$;

$10\,000a + 1000b + 100c + 10d + e = 233\,333$

$\overline{abcde} = 233333$ – не подходит по числу знаков

Следовательно, $k \neq 7$ и $e \neq 3$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ OF 16-79

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

б) Если $e = 7$, то $k = 3$. Тогда

$100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1 = 300000 + 30000a + 3000b + 300c + 30d + 3e$;

$70000a + 7000b + 700c + 70d + 7e = 299999$;

$\overline{abcde} = 42857$

Тогда $A = 142857$

~~2) Если~~

~~От~~ Следовательно, A наибольшее возможное значение числа A - 142857

Ответ: 142857.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М11F05	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ZA 69-33
шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Батанова

ИМЯ Софья

ОТЧЕСТВО Эдуардовна

Дата рождения 21.06.2006 **Класс:** 11

Предмет математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 6 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Ст.

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA69-33

(1) нет более двух голодных дней подряд
⇒ не может быть 3 ~~...~~ и 4 голодных дня подряд

1) 4 голодных дня подряд:
будем считать эти 4 дня за 1 элемент,
тогда имеем:
(4г); 0; 0; 0; 0; 0; 0 *

* 0 - обжорный день

Способов перестановки этих 7 элементов:
$\frac{7!}{6!} = 7$ (делим на 6! чтобы не считать перестановки обжорных дней между собой)

2) 3 голодных дня подряд
возьмем эти 3 дня за 1 элемент,
тогда имеем:
(3г); г; 0; 0; 0; 0; 0; 0
Способов перестановки таких 8 элементов
$\frac{8!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56$

Вычтем из получившегося кол-во способов расставить дни так, что 4 голодных дня идут подряд, т.к. этот случай тоже сюда входит:
$56 - 7 = 49$

В этих двух случаях нам не важно, в каком порядке брать 3 или 4 голодных дня подряд, поэтому мы имеем право принять их за 1 эл-т и не домножать на 3! или 4! соответственно.

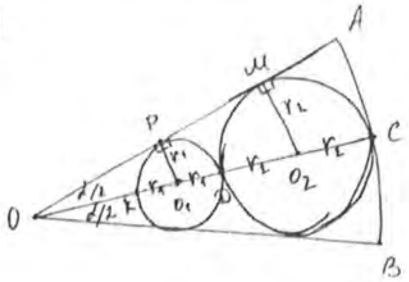
Всего способов расставить дни:
$P(4;6) = \frac{(4+6)!}{4!\cdot 6!} = \frac{10!}{4!\cdot 6!} = \frac{10\cdot \overset{3}{\cancel{9}}\cdot \cancel{8}\cdot 7}{\cancel{4}\cdot 3\cdot \cancel{2}} = 210$
(перест. с повт.)
Вычтем из этого числа кол-во ~~способов~~ расстановок дней, когда 3 или 4 голодных дня идут подряд, получаем:
$210 - \overset{56}{49} - 7 = 154$ способа

Ответ: 154

ZA69-33

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(4)



$$\frac{\rho(O_1, O_2)}{R} = \frac{r_1 + r_2}{R}$$

Поскольку окр. 1 касается лучей OA и OB, то O_1 равноуд. от OA и OB $\Rightarrow OO_1$ – бис $\angle AOB$

аналогично OO_2 – бис $\angle AOB$

$\Rightarrow \angle AOC = \frac{\alpha}{2} = \angle COB$

$KD = 2r_1 \quad DC = 2r_2$

$OK = OC - KD - DC = R - 2r_1 - 2r_2$

$\triangle OPO_1$: $O_1P \perp OP$ как радиус и касательная

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{O_1P}{OO_1} = \frac{r_1}{r_1 + R - 2r_1 - 2r_2} = \frac{r_1}{R - r_1 - 2r_2} \quad (1)$$

$\triangle OO_2M$: $O_2M \perp OM$ — " — " —

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{O_2M}{O_2O} = \frac{r_2}{R - r_2}$$

откуда $R = \frac{r_2(1 + \sin\frac{\alpha}{2})}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

подставим в (1): $(R - 2r_2)\cdot\sin\frac{\alpha}{2} = r_1(1 + \sin\frac{\alpha}{2})$

$$\left(\frac{r_2(1+\sin\frac{\alpha}{2})}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 2r_2\right)\cdot\sin\frac{\alpha}{2} = r_1(1 + \sin\frac{\alpha}{2})$$

$$r_2(1 - \sin\frac{\alpha}{2}) = r_1(1 + \sin\frac{\alpha}{2})$$

$$r_1 = \frac{r_2(1 - \sin\frac{\alpha}{2})}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{r_2(1 + \sin\frac{\alpha}{2}) + r_2(1 - \sin\frac{\alpha}{2})}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2r_2}{1 + \sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{r_1 + r_2}{R} = \frac{2\cancel{r_2}\cdot\sin\frac{\alpha}{2}}{(1 + \sin\frac{\alpha}{2})\cdot\cancel{r_2}(1 + \sin\frac{\alpha}{2})} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{(1 + \sin\frac{\alpha}{2})^2}$$

$\exists \ \sin\frac{\alpha}{2} = x$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим функцию ④ продолжение

$f(x) = \frac{2x}{(1+x)^2}$ нужно найти ее максимальное значение на $[0; \frac{\sqrt{2}}{2}]$

$f'(x) = \frac{2(1+x)^2 - 2x\cdot 2(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{2(1+x)-4x}{(1+x)^3} = \frac{2(1-x)}{(1+x)^3}$

$// \alpha \in (0; \frac{\pi}{2}]$

$\frac{\alpha}{2} \in (0; \frac{\pi}{4}]$

$\sin\frac{\alpha}{2} \in (0; \frac{\sqrt{2}}{2})$

$f'(x)$: $-$ на $(-\infty;-1)$, $+$ на $(-1;1)$, $-$ на $(1;+\infty)$; $f(x)$: $\searrow$ -1 $\nearrow$ 1 (max) $\searrow$

~~$f(1) = \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$~~

~~$\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{1}{2}$~~ ~~$\sin\frac{\alpha}{2} =$~~

отсюда видно, что $f(x) \uparrow$ на $x \in [0; \frac{\sqrt{2}}{2}]$

$\Rightarrow$ максимальное значение на этом промежутке – $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$

$f(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{2(1+\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}\cdot 4}{(2+\sqrt{2})^2} = \frac{4\sqrt{2}}{4+2+4\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6+4\sqrt{2}} = \cancel{\frac{2\sqrt{2}}{3}+1} = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\alpha}{2} = 45°$

$\alpha = 90°$

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3}$; при $\alpha = 90°$

+

③ $A = S3$, S – пос-ть цифр

$B = 3S$

$B = A + 27$

$A \vdots 99$ $A - ?$

пусть число A (а значит и число B) содержит $\alpha+1$ разрядов

тогда $A = S\cdot 10 + 3$, $B = 3\cdot 10^{\alpha} + S$

$B = A + 27$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(3) продолжение

$3\cdot10^{\alpha}+S=S\cdot10+3\cdot27$

$3\cdot10^{\alpha}-30=S\cdot9$

$3\cdot10\cdot(10^{\alpha-1}-1)=S\cdot9$

$10\cdot(10^{\alpha-1}-1)=3\cdot S$

$10^{\alpha-1}-1=\underbrace{99\ldots9}_{\alpha-1}$

$10\cdot\underbrace{99\ldots9}_{\alpha-1}=3\cdot S$

$10\cdot\underbrace{33\ldots3}_{\alpha-1}=S$

$S=333\ldots30$

$A=\underbrace{33\ldots303}_{\alpha+1 \text{ разр.}}$ $\vdots\, 99 \Rightarrow \vdots\, 11,\ \vdots\, 9$

$\Rightarrow \alpha$ троек

$3\cdot\alpha \vdots 9 \quad \alpha \vdots 3$

а) $(\alpha+1)\vdots 2$

$(\underbrace{3+3+\ldots+3}_{\frac{\alpha+1}{2}})-(\underbrace{3+3+\ldots+0}_{\frac{\alpha+1}{2}})\vdots 11$

$3 \vdots 11$

неверно

$\Rightarrow A \not\vdots\, 11 \Rightarrow A \not\vdots\, 99$

б) $(\alpha+1)\not\vdots\, 2$, $\Rightarrow \alpha \vdots 2$

$\underbrace{3+3+\ldots+3}_{\frac{\alpha}{2}+1}-(\underbrace{3+3+\ldots+0}_{\frac{\alpha}{2}})\vdots 11$

$6 \vdots 11$

неверно

$\Rightarrow A\not\vdots\, 11,\quad A\not\vdots\, 99$

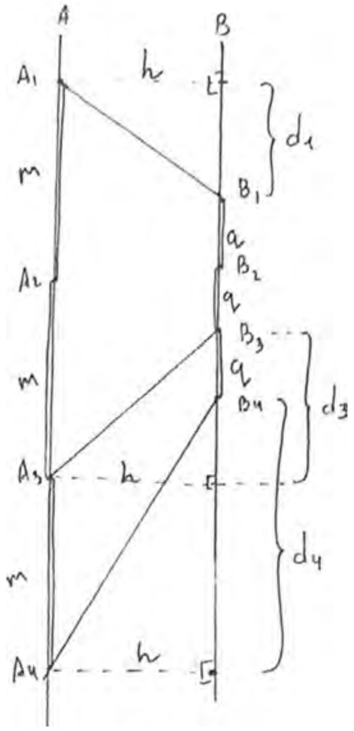
Ответ: такого числа не существует

+

ZA69-33

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) Если линии параллельны, то данные расстояния можно вычислить по теореме Пифагора, $l=\sqrt{d^2+h^2}$, где d - расстояние от одной из точек A_i или B_i до проекции второй точки на первую прямую, h - расстояние между прямыми



1) $(15\sqrt{2})^2 = h^2+d_1^2$

$15^2\cdot 2 = h^2+d_1^2$

$25\cdot 34 = h^2+d_3^2$

$15^2\cdot 10 = h^2+d_4^2$

$25\cdot 34-15^2\cdot 10 = d_3^2-d_4^2$

2) $d_3 = d_4+q-m$

$d_3-d_4 = q-m$ $\quad d_4-d_3 = m-q$

$q = d_3-d_4+m$

$d_1+2q+d_3 = 2m$

$d_1+d_3 = 2(m-q)$

$2(d_4-d_3) = d_1+d_3$

$2d_4 = d_1+3d_3$

$d_1+3q+d_4 = 3m$

$d_1+d_4 = 3(m-q) = (d_4-d_3)3$

$d_1+d_4 = 3d_4-3d_3$

$d_1+3d_3 = 2d_4$

$$\begin{cases} d_4^2-d_3^2 = 15^2\cdot 10-5^2\cdot 34 = 1400 \\ d_3^2-d_1^2 = 5^2\cdot 34-15^2\cdot 2 = 400 \\ 2(d_4-d_3) = (d_1+d_3) \end{cases}$$

Для данной системы подбираются корни $d_1=15$, $d_3=25$, $d_4=45$

~~$d_1 = 2d_4-3d_3$~~

~~$d_3^2-d_1^2 = d_3^2-(2d_4-3d_3)^2 = d_3^2-4d_4^2-9d_3^2+12d_4d_3 = 400 =$~~

~~$= 12d_4d_3-8d_3^2-4d_4^2 = 400 = 12d_4d_3+4d_4^2-8(d_3^2-d_4^2) =$~~

~~$= 12d_4d_3+4d_4^2+8\cdot 1400$~~ $\quad 12d_4d_3-(8d_3^2-8d_4^2+12d_4^2) =$

~~$= 12d_4(d_3-d_4)+8\cdot 1400 = 400$~~

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

(2) (продолжение)

$d_1=15$ $d_3=25$ $d_4=45$

— являются решениями системы

$45^2-25^2=1400$
$5^2(9^2-5^2)=1400$
$81-25=56$
$56=56$
ист.

$25^2-15^2=400$
$625-225=400$
$400=400$
ист

$2(45-25)=15+25$
$2\cdot20=40$
$40=40$
ист

тогда $h=\sqrt{15^2\cdot2-15^2}=\sqrt{15^2}=15$

+

Ответ: да, параллельны; 15

(5) если $P_n(x)$ имеет один корень, то он представим в виде $(kx+b)^n$ не всегда

$P_n(x)=k^nx^n+C_n^1(kx)^{n-1}\cdot b+C_n^2(kx)^{n-2}\cdot b^2+\ldots+C_n^{n-1}\cdot kx\cdot b^{n-1}+b^n$

k^n; $C_n^1\cdot k^{n-1}\cdot b$; $C_n^2\cdot k^{n-2}\cdot b^2$; $\ldots$; $C_n^{n-1}\cdot k\cdot b^{n-1}$; b^n — геом. прогр.

б a_n, a_{n-1}, a_{n-2}:

$a_{n-1}^2=a_n\cdot a_{n-2}$

$(C_n^1\cdot k^{n-1}\cdot b)^2=k^n\cdot C_n^2\cdot k^{n-2}\cdot b^2$

$n^2\cdot \cancel{k^{2n-2}}\cdot \cancel{b^2}=\cancel{k^{2n-2}}\cdot\frac{\cancel{n}(n-1)}{2}\cdot\cancel{b^2}$

$n=\frac{n-1}{2}$
$2n=n-1$
$n=-1$
но по условию $n>2024$
⇒ такое невозможно

Ответ: невозможно (не может)

+

ZA69-33

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Дистанционно с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ТН89-57
шифр

← Не заполнять. Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Башмакова

ИМЯ Мария

ОТЧЕСТВО Викторовна

Дата рождения 15.06.2011 Класс: 7

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Башм

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2. ВЕС - 5
СОМ - 21
МОСТ - 26
СТО - 17
СТОЛ - 23

Т = 5
Л = 6
М = 9
С = 4
О = 8

Заметим что СОМ отличается от МОСТ одной буквой Т, значит Т = МОСТ - СОМ = 26 - 21 = 5

Заметим что СТО отличается от СТОЛ одной буквой Л, значит Л = СТОЛ - СТО = 23 - 17 = 6

Заметим что МОСТ отличается от СТО одной буквой М, значит М = МОСТ - СТО = 26 - 17 = 9

Чтобы найти О, надо найти С.

СО = СОМ - М = 21 - 9 = 12

ВЕС = 5, составим уравнение

СО = ВЕС + 7

О = ВЕ + 7

Т.к. В и Е это разные цифры, то их сумма не больше 2, т.к. иначе О будет являтся числом

Значит ВЕ = 1.

Значит С = ВЕС - ВЕ = 4

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит $O = CO - C = 12 - 4 = 8$

Теперь просто складываем.

$МОЛОТ = 9+8+6+8+5=36$

Ответ: 36.

3. Коров мы можем представить как вершины, а их „связи" как ребра.

Т.к. каждая корова общается с 7 другими, то получается много ребер в графе $27 \cdot 7 = 189$. Но т.к. одно ребро соединяет две коровы это должно делиться на 2. Но 189 не делится на 2. Значит такого быть не может. И свинья Хавроня права.

+

Ответ: права.

4. Чтобы 27 лоскуток был зеленого цвета, надо чтобы в каждую стопку положили нечётное кол-во лоскутков, иначе обе стопки закончатся на зелёный ~~синий~~. Так как 14 и 15 оба синие то они в разных стопках. Если в каждую стопку класть четное кол-во лоскутков, ~~то на 27 лоскутке все закончится, т.к.~~ или везде будут четные то оба закончатся на синий, а такого быть не может, т.к. 27 лоскуток зелёный.

±

почему?

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Значит в обеих клетках нечетное кол-во кочерыжков, значит эти оба заканчиваются на зеленый и 28 кочурнок будет синего цвета.
Ответ: синий.
1. Ляпкин может сниматься только с Жабкиным в главной роли. Но Жабкин не хочет сниматься если Охапкин будет не второстепенной или главной роли. Но Охапкин не будет сниматься если он или Тапкин не главная роль, а главная роль у Жабкина. Значит Ляпкин не участвует.
Охапкин может быть главной ролью, но тогда второстепенный Тряпкин. Шапкин участвовать не будет. Тапкин тоже не будет участвовать. Значит эпизодическая роль у Жабкина, но Жабкин не хочет играть, т.к Тряпкин второстепенная роль. Значит о Охапкин не главная роль.
Если Охапкин не главная роль, то главная роль Тапкин. Т.к в группе есть о Охапкин Жабкин не может сниматься из-за Тапкина. Т.к. Тапкин главная роль он будет появляться чаще чем Тряпкин, значит Тряпкин не участвует. Остаётся Шапкин, но Шапкин не работает

с Очанкиным. Значит Очанкин не участвует.
Если Тряпкин главная роль. Жабкин не участвует. Значит остаются Шапкин и Тапкин. Тапкин участвует если Шапкин второстепенный, значит Тапкин эпизодическая роль. Но такого быть не может, т.к. Шапкин будет появляться чаще Тапкина. Значит Тряпкин не главная роль.
Если Тряпкин второстепенная роль. Жабкин не участвует. Значит остаются Шапкин и Тапкин. Тапкин не участвует если Шапкин эпизодическая роль. Значит Шапкин главная роль, а Тапкин эпизодическая. Но тогда Шапкин появится чаще Тапкина. Значит Тряпкин не второстепенная роль.
Если Жабкин эпизодическая роль, то Тряпкин не может участвовать т.к. остались только второстепенная и главная роль. Остаются Тапкин и Шапкин. Тапкин откажется если Шапкин эпизодическая роль. Значит Шапкин или главная или второстепенная. Но так как если он будет появляться чаще Тапкина он откажется, то

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ TH89-57

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Шапкин ~~главная~~ второстепенная роль, а Тапкин главная роль. Такой вариант возможен.

Если Жабкин главная роль, Тряпкин не будет участвовать, так как появится реплика Жабкина. Значит Шапкин и Тапкин остаются. Шапкин не эпизодическая, иначе Тапкин отвлечения. Значит Шапкин второстепенная, а Тапкин эпизодическая. Но такого быть не может, т.к Шапкин выйдет раньше Тапкина. Значит Жабкин не главная роль.

Если Тряпкин эпизодическая роль, то он в любом случае появится после или Тапкин, или Жабкин. Значит Тряпкин не участвует.

Ответ: главная роль Тапкин, второстепенная роль Шапкин, эпизодическая роль - Жабкин.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

М7F-01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

BR13-50

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17771

ФАМИЛИЯ Белослудцев

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Евгеньевич

Дата рождения 10.11.2010 **Класс:** 7

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

BR13-50

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ BR13-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №1

Заметим, что блюдо - разноцветное если в нём 3 непоседы разного цвета или 2 непоседы разного цвета (а 3-й какого-то из этих двух цветов)

Рассмотрим оба случая:

1) В 1-м случае мы можем выбрать 1 из 4-х непосед каждого вида, т.е. вариантов выбрать 3 непоседы разных цветов $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

2) Во 2-м случае мы можем выбрать 2-х непосед одного из трёх цветов и 1 непоседу из оставшихся двух цветов, т.е. вариантов составить блюдо из 2-х разных цветов:

$$\underbrace{(3 \cdot 4 \cdot 3)}_{\text{выбрали 2-х непосед одного цвета}} \cdot \underbrace{(4 \cdot 2)}_{\text{выбрали одного непоседу другого цвета}} = 288$$

Итого получилось $64 + 288 = 352$ варианта составить разноцветное блюдо.

Примечание:

так-как все непоседы - разные, то вариантов выбрать одного непоседу какого-то цвета $= 4$.

+

Лист 01 из 04

BR13-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача № 2

Обозначим это число как $\overline{1bc}$, а число, полученное путём перестановки как $\overline{bc1}$. Заметим, что $\overline{1bc} = 100 + 10b + c$, а $\overline{bc1} = 100b + 10c + 1$

Заметим, что $\overline{bc1}$ обязательно $< \overline{1bc} \cdot 5$, т.к если $\overline{bc1} \geq \overline{1bc} \cdot 5$, то:

$$100b + 10c + 1 \geq \underbrace{500 + 50b + 5c}_{\text{т.е.}} \left(5 \cdot (100 + 10b + c)\right)$$

$$50b + 5c + 1 \geq 500$$

$50b + 5c \geq 499$, чего не может быть даже при максимальном b и c ($b = 9$, $c = 9$: $50b + 5c = 495 < 499$).

Пусть $\overline{bc1} = 4 \cdot \overline{1bc}$, тогда:

$$100b + 10c + 1 = 4 \cdot (100 + 10b + c)$$

$$100b + 10c + 1 = 400 + 40b + 4c$$

$60b + 6c = 399$, где $60b \vdots 6$, $6c \vdots 6 \Rightarrow 60b + 6c \vdots 6$, а 399 не $\vdots 6 \Rightarrow$ такого не может быть.

Пусть $\overline{bc1} = 3 \cdot \overline{1bc}$, тогда:

$$100b + 10c + 1 = 3 \cdot (100 + 10b + c) = 300 + 30b + 3c$$

$$70b + 7c + 1 = 300$$

$70b + 7c = 299$, где $70b \vdots 7$, $7c \vdots 7 \Rightarrow 70b + 7c \vdots 7$, а 299 не $\vdots 7 \Rightarrow$ такого не может быть

Пусть $\overline{bc1} = 2 \cdot \overline{1bc}$, тогда:

$$100b + 10c + 1 = 2 \cdot (100 + 10b + c) = 200 + 20b + 2c$$

$$80b + 8c + 1 = 200$$

$80b + 8c = 199$, где $80b \vdots 2$, $8c \vdots 2 \Rightarrow 80b + 8c \vdots 2$, а 199 не $\vdots 2 \Rightarrow$ такого не может быть, а раз $\overline{bc1} > \overline{1bc}$, то таких чисел нет (расм. все случаи)

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17771 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ BR13-50

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №5

Заметим, что Лямкин точно не снимался в кино, т.к. иначе Жабкин должен сниматься в главной роли, и при этом, учитывая пожелание в кино должен сниматься Охапкин, который не согласится при исполнении главной роли Жабкиным.

Также заметим, что Тряпкин не может сниматься вместе с Жабкиным, т.к. тогда Тряпкин будет либо гл. героем, либо второстепенным, а Жабкин - второстепенным, либо эпизодическим, на что он не согласен, но при этом в кино снимался либо Тряпкин либо Жабкин (если ни один у них не снимался, то могли сниматься только Охапкин, Тапкин, Шапкин, но Шапкин не работает с Охапкиным).

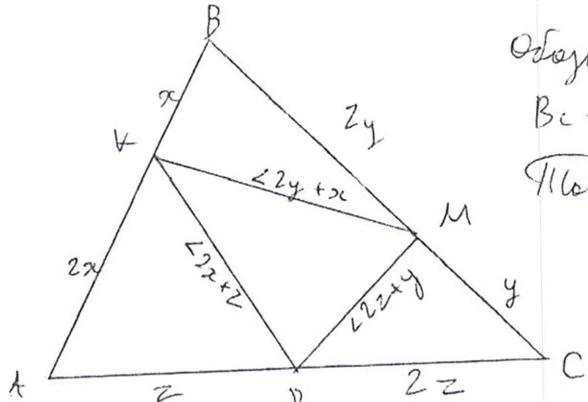
Если снимался Тряпкин, то с ним снимались либо Шапкин и Тапкин, либо Тапкин и Охапкин (т.к. Шапкин с Охапкиным не работает). В 1-м случае (раз Шапкин может сниматься с Тапкиным только если Шапкин - второстеп., а Тапкин - гл. герой) не будут учтены пожелание Тряпкина, а во 2-м случае также не будут учтены пожелание Тряпкина (Тапкин будет играть главную роль, т.к. если её будет играть Охапкин, то не будет

BR13-50

снимался Тапкин). Продолжение задачи №5

Исходя из этого в кино снимался Шабкин, а также Шапкин и Тапкин (Шапкин и Охапкин вместе быть не могут, а Тапкин и Охапкин, т.к. тогда Тапкин не подпишет контракт). Тогда Ответ: Шабкин, Шапкин, Тапкин, где Шабкин – эпизодич. персонаж, Шапкин – второстепенный, а Тапкин – главный.

Задача №4



Обозначим AB за $3x$, BC за $3y$, AC за $3z$. Тогда $KB = x$, $AK = 2x$, $BM = 2y$, $MC = y$, $AP = z$, $PC = 2z$ и тогда раз сторона в Δ меньше двух других в сумме то $KM < 2y+x$, $KP < 2x+z$, $PM < 2z+y$.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F01	дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

OJ19-44

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Бесова

ИМЯ Алиса

ОТЧЕСТВО Ильинична

Дата рождения 21.06.2007 Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: заключительный

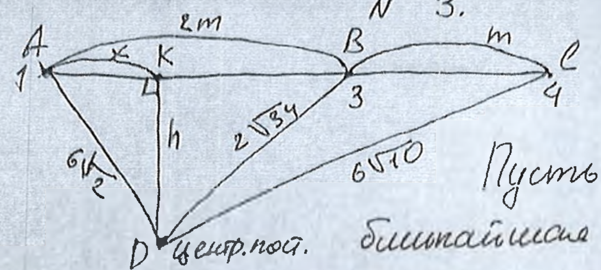
Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бесова

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

OJ19-44

N 3.



Пусть (·)K – точка на линии, ближайшая к центральному посту, X – расстояние от поста N 1 до (·)K, m – расстояние между подстанциями, h – расстояние от центрального поста до линии электропередач. h ⊥ линии электропередач (по св-ву расст. от (·) до прямой) ⇒ Обозначим 1 обсл. подстанцию за (·)A, 3 – за (·)B, 4 – за (·)C, центр. пост – за (·)D.

⇒ $\triangle AKD$, $\triangle KBD$, $\triangle KDC$ – прямоугольные (т.к. $\angle AKD = \angle DKC = 90°$). По теореме Пифагора их стороны соотносятся следующим образом:

$AD^2 = AK^2 + KD^2$; $DB^2 = KB^2 + KD^2$; $DC^2 = KC^2 + KD^2$. Подставим значения этих сторон, запишем как систему и решим её:

$$\begin{cases} h^2+(2m-x)^2=(2\sqrt{34})^2 \\ h^2+(2m-x+m)^2=(6\sqrt{10})^2 \\ h^2+x^2=(6\sqrt{2})^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h^2+4m^2-4mx+x^2=136 \\ h^2+9m^2-6mx+x^2=360 \\ h^2+x^2=72 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h^2+x^2=72 \\ 4m^2-4mx=136-72=64 \\ 9m^2-6mx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2-mx=16 \ (1) \\ 3m^2-2mx=96 \\ h^2+x^2=72 \end{cases} \Rightarrow$$

(1) $m^2-mx=16$
$m(m-x)=16$
$m=8; x=6$

$$\Rightarrow \begin{cases} m=8 \\ x=6 \\ h^2+36=72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=8 \\ x=6 \\ h^2=36 \end{cases} \Rightarrow$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$\Rightarrow \begin{cases} m=8 \\ x=6 \\ h=6 \end{cases}$

(+)

Ответ: $m=8,\ x=6,\ h=6.$

N 4.

$P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$, где n – нечетно

$a_{i-1}=q\cdot a_i$, где $1\leq i\leq n$ и $q<0,\ a_0\neq 0$

Тогда $P_n(x)=q^na_0x^n+q^{n-1}a_0x^{n-1}+\ldots+qa_0x+a_0$ –

Обозначим $y=xq$.

$P_n(y)=a_0y^n+a_0y^{n-1}+\ldots+a_0y+a_0$

$P_n(y)$ не имеет положительных корней, а поскольку $y=xq$, где $q<0$, то $P_n(x)$ не имеет отрицательных корней, ч.т.д.

Рассмотрим $P_n(y)=0$, разобьем слагаемые на пары:

с учетом $a_0\neq 0$

$y^n+y^{n-1}+y^{n-2}+\ldots+y+1=0$, где n – нечетные

$(y+1)(y^{n-1}+y^{n-3}+\ldots+1)=0$ A

Видим, что второй множитель >0 при любом y, значит, $y=-1$ – единственный корень

для $P_n(x)$ единственный корень $-\frac{1}{q}$ –

(∓)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ OJ19-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 5.

Всего различных вариантов размещения 4х блюд за неделю.

$$\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 35$$

Из них вариантов с перерывом более двух дней – 3:

1) '000'''

2) ''000''

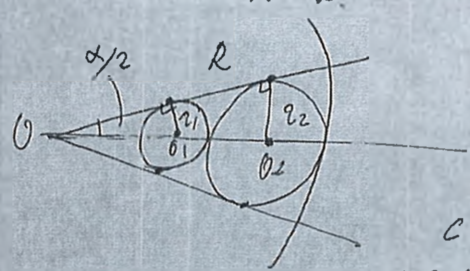
3) '''000'

неверное кол-во

Нужных нам вариантов: 35 - 3 = 32

Ответ: 32

N 2.



Из подобия прямоугольных треугольников ($r_1 \perp R$ и $r_2 \perp R$ как радиусы, пров. в (·) касания) с вершинами в (·) O и катетами r_1, r_2:

$$\frac{OO_2}{r_2} = \frac{OO_1}{r_1} = ctg\, \alpha/2$$

$$\frac{R - r_2}{r_2} = \frac{R - 2r_2 - r_1}{r_1} = ctg\, \alpha/2$$

Обозначим $\beta = \frac{\alpha}{2}$.

Составим и решим систему:

Лист 03 из 05

OJ19-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\begin{cases} r_2 = \dfrac{R}{1+ctg\beta} \\ Rr_1 - r_1 r_2 = Rr_2 - 2r_2^2 - r_1 r_2 \end{cases}$$

Подставим r_2 во второе уравнение и разделим на R^2

$2r_2^2 - Rr_2 + Rr_1 = 0$

$$\frac{2R^2}{(1+ctg\beta)^2} - \frac{R^2}{1+ctg\beta} + R\cdot r_1 = 0$$

$$k = \frac{r_1}{R} = \frac{1}{1+ctg\beta} - \frac{2}{(1+ctg\beta)^2} = \frac{ctg\beta - 1}{(1+ctg\beta)^2}$$

Найдем β, при котором k — максимально

$$k'(\beta) = \frac{-\frac{1}{\sin^2\beta}\cdot(1+ctg\beta)^2 - (ctg\beta-1)\cdot 2(1+ctg\beta)\cdot\frac{-1}{\sin^2\beta}}{(1+ctg\beta)^4}$$

Найдем β, для которого производная $=0$

$$(1+ctg\beta)^2 - 2(ctg\beta + ctg^2\beta - 1 - ctg\beta) = 0$$

$$2\,ctg^2\beta - ctg\beta - 3 = 0$$

Решив квадратное уравнение относительно $ctg\beta$, получим:

$ctg\beta_1 = -1$, $ctg\beta_2 = 1{,}5$.

Поскольку $0 < \beta < \frac{\pi}{4}$, берем только положительный корень $ctg\beta = 1{,}5$.

Для найденного значения $ctg\beta = 1{,}5$ найдем $\frac{r_1}{R}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ OJ19-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$z_2 = \frac{R}{1+1,5} = \frac{2}{5}R$$

$$2\left(\frac{2}{5}R\right)^2 - R\cdot\frac{2}{5}R + R\cdot z_1 = 0$$

$$\frac{8}{25}R - \frac{2}{5}R + z_1 = 0$$

$$z_1 = \frac{2}{25}R$$

Ответ: максимальное соотношение $\frac{z_1}{R} = \frac{2}{25}$, при $\alpha = 2\cdot\mathrm{arcctg}\,1,5$

№ 1.

$$\begin{array}{r} 2xxx\ldots xx \\ -\;xxxx\ldots x2 \\ \hline 18 \end{array}$$

2

0

Снизу 0, значит, сверху 2, чтобы получилось 18

из 8 следует, что в первом числе последний разряд 0, значит, и предпоследний во втором тоже 0

Все остальные разряды, кроме последних двух, совпадают, поскольку разность нулевая.

Значит, число имеет вид 222...202

Чтобы делилось на 3, нужно, чтобы количество двоек делилось на 3. В 2023-значном числе 2022 двойки, 2022 : 3 = 674, в 2024-значном числе 2023 двойки, 2023 не делится на 3.

Ответ: 2023-значное число 222...202; 2024 значного не существует.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F04	Дистанционно, с использованием БКС
№ группы	Место проведения

ZA92-62
шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Болотин

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Иванович

Дата рождения 12.11.2006 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 5 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA92-62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Пусть $A = 10 \cdot x + 3$

$B = 3 \cdot 10^{n-1} + x$, где n - количество цифр в числе

Получим,

$10x + 3 + 27 = 3 \cdot 10^{n-1} + x$

$3 \cdot 10^{n-1} = 9x + 30$

$10^{n-1} = 3x + 10$

$\underbrace{100\ldots0}_{n-1} = 3x + 10$

$\underbrace{99\ldots90}_{n-1} = 3x$

$x = \underbrace{33\ldots30}_{n-1}$

Тогда $A = 33\ldots300 + 3 = 33\ldots303$

Т.к. $A \vdots 99$, то $A \vdots 11$ и $A \vdots 9$

$A = 33\ldots303$

Число A не делится на 11, т.к. по признаку делимости суммы цифр числа, взятых через одну справа налево - сумма цифр, взятых через одну начиная со второй справа равна либо 6, либо 3, ~~то~~ т.е. $A \not\vdots 11$

Ответ: такого A нет

±

ZA92-62

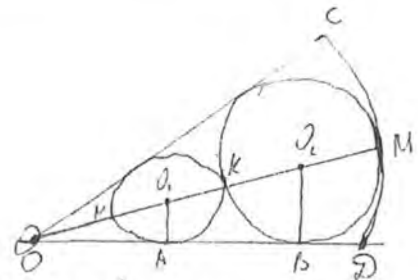
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 92-62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4



1) Т.к. окружности вписаны в сектор, так как показано на рисунке, то $O_1 K O_2 M$ лежат на биссектрисе ~~угла~~ $\angle COD$

2) Пусть $OM = R$, $O_1A = r_1$, $O_2B = r_2$. Тогда из $\triangle OO_1A$

$\frac{O_1A}{OO_1} = \sin\frac{\alpha}{2}$; $\frac{r_1}{R - r_1 - 2r_2} = \sin\frac{\alpha}{2}$ (*)

из $\triangle OO_2B$

$\frac{O_2B}{OO_2} = \sin\frac{\alpha}{2}$; $\frac{r_2}{R - r_2} = \sin\frac{\alpha}{2}$ (**)

3) из (**) $r_2 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

Тогда из (*) $r_1 = \frac{R(\sin\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2})}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

4) $\frac{O_1O_2}{R} = \frac{r_1 + r_2}{R} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

5) Определим наибольшее значение получен. величиной.

Т.к. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{4}$,

$0 < \sin\frac{\alpha}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2}$

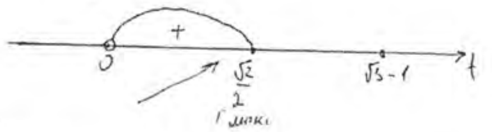
Пусть $t = \sin\frac{\alpha}{2}$, тогда Рассмотрим функцию

ZA92-62

$f(t) = \dfrac{2t - t^2}{1+t}$, на $\left(0, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

$$f'(t) = \frac{(2t-t^2)'(1+t) - (2t+t^2)}{(1+t)^2} = \frac{(2-2t)(1+t) - (2t+t^2)}{(1+t)^2} = \frac{-t^2-2t+2}{1+t^2} =$$

$$= \frac{-(t-(-1-\sqrt{3}))(t-(-1+\sqrt{3}))}{(1+t)^2}$$



Значит, наибольшее значение функция принимает в $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Т.е. наибольшее значение $\frac{O_1O_2}{R}$ будет при $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и равно

$$\frac{O_1O_2}{R} = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{2+\sqrt{2}}$$

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}-1}{2+\sqrt{2}}$; $\frac{\pi}{2}$

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 92-62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1

Рассмотрим случаи

① Подряд только один голодный день

␣О␣О␣О␣О␣О␣О␣

Для первого голодного дня - 7 случаев

Для второго голодного дня - 6 случаев

Для третьего голодного дня - 5 случаев

Для четвертого голодного дня - 4 случая

Получим, всего $\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4!}=35$ случаев

② Подряд два голодных дня

␣О␣О␣О␣О␣О␣О␣

Для одной пары голодных дней - 7 случаев

Для второй пары голодных дней - 6 случаев

Тогда всего $\frac{7\cdot6}{2!}=21$ случай

③ Подряд и одна пара голодных дней и два обычных

␣О␣О␣О␣О␣О␣О␣

$\frac{7\cdot6\cdot5}{3!}=35$

Получим, всего способов распределить дни

$35+35+21=91$

—

ZA92-62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = a_n(x^n + q x^{n-1} + \ldots + q^{n-1} x + q^n) =$$
$$= \frac{a_n}{q^n}\left(\left(\frac{x}{q}\right)^n + \left(\frac{x}{q}\right)^{n-1} + \ldots + 1\right)$$

Рассмотрим случаи.

1) $\frac{x}{q} \neq 0 \Leftrightarrow x \neq q$

$$P_n(x) = \frac{a_n}{q^n} \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{x}{q}\right)^n}{1 - \frac{x}{q}}\right)$$

$P_n(x) = 0$

$a_n = 0$ или $1 - \left(\frac{x}{q}\right)^n = 0 \Leftrightarrow x = q$ неуд. условию

неуд условию

2) $x = q$

$$P_n(x) = \frac{a_n}{q^n}(1 + 1 + \ldots + 1) \neq 0$$

Значит, $x = q$ не является корнем

Заметим, что если n - нечетное, то число $-q$ является корнем $P_n(x)$

Т.к. $P_n(-q) = \frac{a_n}{(-q)^n}(-1 + 1 - \ldots + 1) = 0$

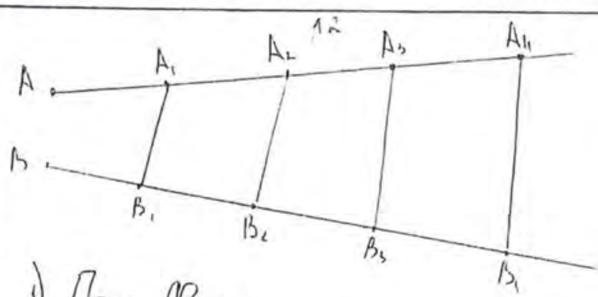
Значит, наименьшая степень многочлена равна 2025

Ответ: 1025

+

ZA92-62

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа



$A_1B_1 = 15\sqrt{2}$

$A_4B_4 = 15\sqrt{10}$

1) По т. Фалеса

$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$ — почему? в каком случае?

2) Предположим, что $A \parallel B$. Тогда

$A_1A_4B_4B_1$ - параллелограмм (по определению)

Значит, $A_1B_1 = A_4B_4$. Противоречие

$A \nparallel B$

—

ZA92-62

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

CG73-35

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ Бредихин

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Михайлович

Дата рождения 18.04.2012

Класс: 5

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 3 **листах**

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Бредихин

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ C673-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

1) Чтобы узнать значение „П", мы от слова „Мост" отнимаем слово „Сом":

26−21=5

П=5

2) Теперь отнимаем от „Мост" „Сто", получим букву „М"

26−17=9

М=9

3) Отнимаем от „Стол" „Сто", получив букву „Л":

23−17=6

Л=6

4) Слово „Вес" можно разложить на группы: $\boxed{1}$, $\boxed{4}$, $\boxed{0}$ и $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{0}$.

5) В слове „Сом" максимально возможное значение „ОМ" может быть 17 (9+8). 21−17=4 − это минимальное значение „С", но оно у нас и самое большое, значит

С=4

6) От „Сом" вычитаем „С" и „М", получив „О"

21−9−4=8

О=8

7) Составляем слово из цифр, получилось 98685

Ответ: 98685

+

№3

Пусть x − наименьшее кол-во, набранное одним из членов команды.

1) Если эльф поймал больше феи, то есть 3x(x·3), в сумме 4x(3x+x)

2) Если же наоборот, то уже фея поймает 3x, а эльф − x, в сумме тоже 4x.

3) Это значит, что общее число должно делиться на 4, но наше число, 2025:4 = 506(ост 1) имеет остаток, а так быть

Лист 1 из 3

не может.
Ответ: это невозможно

+

№2

Чтобы кучку нельзя было разделить, в ней должно остаться 1 зерно.

1) В нашем случае должно остаться 5+7+10+14+16=52 горстки. Значит потребуется 52−1=51 ходов (последнюю кучку мы не делим, в ней и так 1 зерно).

2) Так было бы, если у нас была бы 1 горстка, но у нас эту одну большую горстку надо разделить на 5. Построим граф, в котором рёбра — показатель того, что кучки уже разделены, ведь мы не можем поделить на две кучки 1 и 2:

3) находим кол-во рёбер по формуле $\frac{n\cdot(n-1)}{2}$, где n — кол-во точек.

4) У нас получилось $\frac{5\cdot(5-1)}{2}=10$ 10 невозможных ходов, отнимаем их: 51−10=41 ход нужен для окончания игры. Число ходов нечётное, а значит Петя сделает последний ход, выиграв.

Ответ: Петя победит.

+

№4

1) Всего представлено 5 ~~видов~~ занятий, они упоминаются по нескольку раз, и только стихи — 1 раз, значит это скорее всего правда, тогда:

Земляника) Земляника — рукоделие (ложь), а Чупабряк — стихи (правда)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CG73-35

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

2) Тогда все остальные утверждения о Чупобряке ложны:
Чупобряк) Колошмак – песня (правда), Чупобряк – танец (ложь)
3) Тогда все другие утверждения о песне и стихах – ложь:
Колошмак) Колошмак – рисует (правда), Хрюкозанец – поёт (ложь)
Хрюкозанец) Хрюкозанец – песня (ложь), Мармагулец – дрессировка (правда).
4) Осталось одно:
Мармагулец) Колошмак – танец (ложь), Мармагулец – дрессировка (правда)
5) Значит Х – танцы
Ответ: Ч – стихи, З – песни, К – рисование, М – дрессировка, Х – танцы.

+

№1

1) Если все награды получит 1 гном, то найдутся 2 гнома без наград. То же самое если награду получат только 2, 3, 4, 5 гномов.
2) Если делить поровну, то 29 : 7 = 4 с остатком. Будет больше 2 гномов с одинаковым кол-вом.
3) Если раздавать но в порядке возрастания:

$\underbrace{\overset{2}{\sqcup}\ \overset{3}{\sqcup}\ \overset{4}{\sqcup}\ \overset{5}{\sqcup}\ \overset{6}{\sqcup}\ \overset{7}{\sqcup}}_{27},\ \sqcup$

ДРУГИЕ ВАРИАНТЫ?

Осталось 2 награды, если добавлять, например 3, 4 … 8, будет больше. ?

∓

Лист 3 из 3

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ZA 48-78

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Валерьянова

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Вячеславовна

Дата рождения 03.02.2006 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 6 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ВВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA48-78

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 48-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) Сначала посчитаем все способы расположить 6 обжорных и 4 голодных дня.

∃ О - обжорный день, Г - голодный день

$\underbrace{- - - - - \ldots -}_{10 \text{ дней}}$ $\underbrace{4 \text{ „Г"} \text{ и } 6 \text{ „О"}}_{10 \text{ объектов}}$

Расставить 10 объектов существует 10! способов. Но 4 „Г" - одинаковые объекты, как и 6 „О"

Учтем это: $\frac{10!}{4!\cdot 6!} = 210$ вариантов

2) Нам не подходят варианты, когда есть „ГГГГ" и „ГГГ"

Посчитаем кол-во расстановок с таким расположением Г, а затем вычтем из общего кол-во.

∃ „ГГГГ" - отдельный объект, тогда нам нужно расставить „ГГГГ" и 6 „О" (7 объектов) на 7 мест (дней). Это можно сделать

$\frac{7!}{6!} = 7$ способами

т.к. 6 „О" - одинаковые объекты.

Теперь рассмотрим случаи с „ГГГ" (нам важно не учесть „ГГГГ", т.к. мы уже посчитали эти случаи).

∃ „ГГГ" в начале или в конце, тогда

ГГГ $\underbrace{\underline{6}^{(0)} \cdot \underline{6}^{(5\text{„О" и Г})} \cdot \underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1}}_{7 \text{ дней}}$ 1 „Г" и 6 „О"

(причем Г не может стоять рядом с „ГГГ")

Тогда способов расстановки: $\frac{6\cdot 6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{6!} = 6$

Аналогично, когда ГГГ в конце:

$\underline{1} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{4} \cdot \underline{5}^{5\text{„О"Г}} \cdot \underline{6} \cdot \underline{^{6\text{„О"}}6}$ ГГГ - 6 способов

Теперь рассмотрим ГГГ в середине. Рядом с ней не может быть Г, так что ГГГ можно ~~представить~~ рассматривать как ОГГГО

ZA48-78

тогда нам нужно расставить
ОГГГО, 4 „О" и Г
на 6 мест (дией)
$\underline{6}\cdot\underline{5}\cdot\underline{4}\cdot\underline{3}\cdot\underline{2}\cdot\underline{1}$: всего $\frac{6!}{4!}$ - способа (30 сп.)
(делим на 4!, т.к. 4 „О" - одинаковые объекты
$О_1ГО_2$ и $О_2ГО_1$ - одинаковые расстановки)

3) Итого: 210 вариантов расстановки
Из них по условию не подходят 7+6+6+30 =
= 49
210 - 49 = 161 способ расставить Г и О
так, чтобы было не более 2-ух Г подряд
Ответ: 161

+

№3
] A - искомое число; n - кол-во разрядов в нем,
тогда по условию:

$3\cdot 10^{n-1} + \frac{A-3}{10} = A + 27 \quad |\cdot 10$

$3\cdot 10^{n} + A - 3 = 10A + 270$

$3\cdot 10^{n} = 9A + 273$

$10^{n} = 3A + 91$ → A оканчивается на 3

По условию $A \vdots 99$

Заметим, что 10^n и 91 имеют одинаковый остаток при делении на 9 (ост. 1)

$3A = 10^n - 91$

$A = \frac{10^n - 91}{3}$

у 10^n - на 1 разряд больше, чем у А
у $10^n - 91$ - такое кол-во разрядов которое должно быть у А (при $n \geq 3$)

Заметим, что $10^n - 91 = 999..09$, т.е. при делении на 3 кол-во разрядов сохранится
тогда А имеет вид: ~~3303~~ ...303
кол-во троек ≥ 1

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$...303 \underset{33}{\equiv} 0$, значит $11...11 \cdot 100 + 1 \underset{33}{\equiv} 0$

если кол-во „1" в 11..11 – четное, то первое слагаемое делится на 11, а второе нет, значит такие А нам не подходят ($A = \underbrace{33...3}_{чет.} \cdot 100 + 3$)

если кол-во „1" в 11..11 – нечетное, то $11..11 \underset{11}{\equiv} 1$, т.к. тогда $\underbrace{11..10}_{четное} \vdots 11$

получаем что $100+1 \underset{11}{\equiv} 2$, т.е.

$A = \underbrace{33...33}_{нечет} \cdot 100 + 3 \not\vdots 11$, т.е. $\not\vdots 99$

т.е. никакие А не подходят под условие (не делится на 99). Значит, таких А не существует.

Ответ: не существует.

+

№5.

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

$n \to 2024$

По условию: $a_{n-1} = a_n \cdot q$

$a_{n-2} = a_n \cdot q^2$

$\vdots$

$a_1 = a_n \cdot q^{n-1}$

$a_0 = a_n \cdot q^n$

$\exists a_n \equiv a$

и перепишем $P_n(x)$

$P_n(x) = a x^n + a q x^{n-1} + \ldots + a q^{n-1} x + a q^n =$

$= a(x^n + q x^{n-1} + \ldots q^{n-1} x + q^n)$ ~~=~~

~~= разложение по биному Ньютона можно~~ $\ne (x+q)^n$

$P_n(x) = a(x^n + qx^{n-1} + \ldots + q^{n-1}x + q^n) = 0$

$x^n + qx^{n-1} + \ldots + q^{n-1}x + q^n = 0 \quad | : x^n$

$1 + \frac{q}{x} + \ldots + \frac{q^{n-1}}{x^{n-1}} + \frac{q^n}{x^n} = 0$

$\exists\ \frac{q}{x} = y$

$y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1 = 0$

если n - нечетное, то можно разбить y на пары, начиная слева, тогда, чтобы в каждой паре сумма была 0: $y = -1$.

$y^n + y^{n-1} + \ldots + y + 1 = (y+1)(y^{n-1} + y^{n-3} + \ldots + 1)$

$n-1, n-3, \ldots 0$ - четные степени y, значит всегда выполняется:

$y^{n-1} + y^{n-3} + \ldots + y^2 \geqslant 0$, а значит

$y^{n-1} + y^{n-3} + \ldots + y^2 + 1 > 0$ - корней у этого выражения нет

Значит, при n - неч, у выражения 1 корень $y = -1$

Т.к. нам нужно было найти минимальную степень, то ответ $n = 2025$ ($n > 2024$) и мы можем не рассматривать четные степени.

$\frac{q}{x} = -1 \Rightarrow x = -q$

Ответ: $x = -q$

+

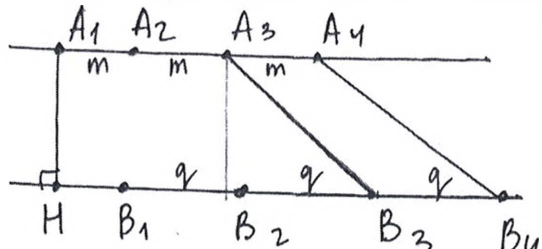
ZA48-78

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2.

Рассмотрим могут ли эти прямые быть параллельны.

Пусть это так, тогда может ли выполняться условие из задачи. ~~Пусть A_1 лежит раньше B_1 (это не важно, т.к. можно поменять (·) местами) если не~~



(·) H - проекция A1 на линию электропередачи с B

По теореме Пифагора:

$A_1B_1^2 = AH^2 + HB_1^2 = (15\sqrt{2})^2$ ← по условию

$A_3B_3^2 = AH^2 + (2q + HB_1 - 2m)^2 = (5\sqrt{34})^2$ ← по условию

$A_4B_4^2 = AH^2 + (3q + HB_1 - 3m)^2 = (15\sqrt{10})^2$ ← по условию

Получается:

$$\begin{cases} 450 = AH^2 + HB_1^2 \\ 850 = AH^2 + (2\underbrace{(q-m)}_{x} + HB_1)^2 \\ 2250 = AH^2 + (3\underbrace{(q-m)}_{x} + HB_1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 450 = AH^2 + HB_1^2 \\ 850 = AH^2 + (4x^2 + HB_1^2 + 4xHB_1) \\ 2250 = AH^2 + 9x^2 + HB_1^2 + 6xHB_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 850 = 450 + 4x^2 + 4xHB_1 \\ 2250 = 450 + 9x^2 + 6xHB_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400 = 4x^2 + 4xHB_1 \\ 1800 = 9x^2 + 6xHB_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200 = 2x^2 + 2xHB_1 \\ 600 = 3x^2 + 2xHB_1 \end{cases}$$

$x^2 = 400$

$x = 20$, тогда $HB_1 = 15$

$AH^2 = 450 - HB_1^2 = 450 - 225 = 225$

$AH = 15$

Получается, что прямые могут быть параллельны, если $|q - m| = 20$.
В таком случае расстояние между ними $= 15$

Ответ: 15

+

ZA48-78

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ИГЭУ	СЕ 80-41
Место проведения	шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ ВАРЛАМОВ

ИМЯ ГЛЕБ

ОТЧЕСТВО РОМАНОВИЧ

Дата рождения 20.11.06 Класс: 11

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 3 листах Дата выполнения работы: 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Варл

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

1. Чтобы посчитать кол-во подходящих способов, можно из кол-ва всех способов вычесть кол-во неподходящих, т. е. тех, когда в десятидневке есть хотя бы 3 голодных дня подряд. Кол-во всех способов равно $\frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{2\cdot 3\cdot 4} = 210$ способов. V

Существует 8 способов расположения трёх подряд идущих голодных дней (1, 2, 3 дни; 2, 3, 4 дни; ...; 8, 9, 10 дни). Для каждого такого способа есть 7 вариантов расположения 4-ого голодного дня. Однако если поставить 4-ый день ~~перед~~ прямо перед другими тремя, этот вариант совпадёт с вариантом предыдущего способа, когда 4-ый день был поставлен сразу после первых трёх. Следовательно, 7 вариантов необходимо выкинуть, т.к. они учитываются 2 раза. Итого, существует $8\cdot 7 - 7 = 49$ неподходящих способов, а значит, кол-во подходящих способов равно $210 - 49 = 161$.

+

Ответ: дни можно распределить 161 способом.

2. Если линии параллельны, то расстояния между подстанциями удовлетворяют следующим условиям:

$$\begin{cases} A_1B_1 = \sqrt{l^2+x^2} = 15\sqrt{2} = \sqrt{450} \\ A_3B_3 = \sqrt{l^2+(x+2q-2m)^2} = 5\sqrt{34} = \sqrt{850} \\ A_4B_4 = \sqrt{l^2+(x+3q-3m)^2} = 15\sqrt{10} = \sqrt{2250} \end{cases} \text{(по т. Пифагора).}$$

$l, q, m > 0$.

l – расстояние между ~~подстанциями~~ линиями. x – проекция A_nB_n на линию электропередач (может быть отрицательной).

Сделаем замену $t = q - m$ и попытаемся решить систему уравнений:

$$\begin{cases} l^2+x^2=450 \\ l^2+x^2+4tx+4t^2=850 \\ l^2+x^2+6tx+9t^2=2250. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4tx+4t^2=400 \\ 6tx+9t^2=1800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} tx+t^2=100 \\ 2tx+3t^2=600 \end{cases}$$

$t^2=400$

$t=\pm 20$, $x=\mp 15$.

$l=\sqrt{450-x^2}=\sqrt{450-225}=15$ км.

+

Система уравнений имеет решение, а значит, линии электропередач действительно параллельны. Расстояние между ними $l = 15$ км.

Ответ: линии параллельны, расстояние между ними $l = 15$ км.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

3. Представим число A в виде $\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_4 a_3 a_2 3}$. Тогда выполняется равенство $27 + \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_4 a_3 a_2 3} = \overline{3 a_n a_{n-1} \ldots a_4 a_3 a_2}$.

Левую часть уравнения можно представить в виде $\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_4 b_3 b_2 0}$, где $\left.\begin{matrix} b_2 = a_2 + 3 \\ b_3 = a_3 \end{matrix}\right\}$ при $a_2 < 7$; $\left.\begin{matrix} b_2 = a_2 + 3 - 10 \\ b_3 = a_3 + 1 \end{matrix}\right\}$ при $a_2 \geq 7$.

$$\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_4 b_3 b_2 0} = \overline{3 a_n a_{n-1} \ldots a_4 a_3 a_2}$$

$$a_n = 3, \ a_2 = 0 \ (<7).$$

$$\overline{3 a_{n-1} \ldots a_4 a_3 (a_2+3) 0} = \overline{3 3 a_{n-1} \ldots a_4 a_3 0}$$

$$a_{n-1} = 3, \ a_3 = a_2 + 3 = 3.$$

$$\overline{3 3 \ldots a_4 3 3 0} = \overline{3 3 3 \ldots a_4 3 0}$$

$$a_4 = 3.$$

$$A + 27 = \overline{3 3 \ldots 3 3 0}$$

$$A = \overline{3 3 \ldots 3 3 0} - 27$$

$$A = 3 3 \ldots 3 0 3$$

Число A делится на 99, а значит, и на 11. По признаку делимости, сумма цифр нечётных разрядов равна сумме цифр чётных разрядов. Однако в числе A при добавлении новой тройки слева от $\overline{03}$ разность между этими суммами равна либо 3, либо 6, но никак не 0. Противоречие, => A не существует.

Ответ: A не существует.

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

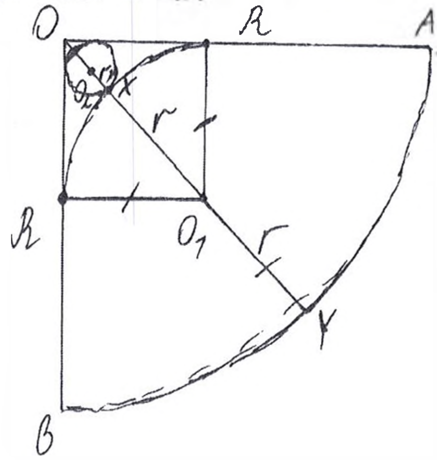
Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ CE80-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

4. Пусть $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Центр большей окружности O_1 лежит на бис-се ~~угла~~ центрального угла сектора, как и центр меньшей окружности O_2.



$O_1O_2 = r + r_1$ – сумма радиусов окружностей.

$OO_1 = r\sqrt{2}$ (по т. Пифагора).

$OY = OO_1 + O_1Y = r\sqrt{2} + r = r(\sqrt{2}+1) = R$.

$r = \frac{R}{\sqrt{2}+1}$

$OO_2 = r_1\sqrt{2}$ (по т. Пифагора).

X – точка касания окружностей.

$OX = OO_2 + O_2X = OO_1 - O_1X$

$r_1\sqrt{2} + r_1 = r\sqrt{2} - r$

$r_1(\sqrt{2}+1) = r(\sqrt{2}-1)$

$r_1 = r\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = R\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)^2}$

$O_1O_2 = \frac{R}{\sqrt{2}+1} + \frac{R(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)^2} = \frac{R(\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)^2} = R\frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Чебоксары	TV33-18	← **Не заполнять** **Заполняется ответственным работником**
Место проведения	шифр	

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ Васильев

ИМЯ Ярослав

ОТЧЕСТВО Олегович

Дата рождения 17.12.2006 **Класс:** 10

Предмет Математика **Этап:** заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Вас

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

Найдем сначала кол-во способов составить меню на всю неделю. Оно равно $C_7^4 = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2} = 35$.

Теперь исключим те способы составить меню, при которых перерывы между блюдом больше 2 дней. Переформулировав условие в шары и перегородки получаем, что у нас есть 1 перегородка, обозначающая 3 подряд идущих ~~пусть~~ дня без блюда и 4 шара, обозначающие дни, когда модод принимает блюдо. Всего способов расставить перегородку: $C_5^1 = 5$

Итого способов составить меню: $35-5=30$

Ответ: 30 способов

№4

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

~~Пусть a_n a_n - первые Пусть~~

~~$P_n(x)$~~ $a_n x^n + q a_n x^{n-1} + q^2 a_n x^{n-2} + \ldots + q^{n-1} a_n x + q^n a_n = 0$

Разделим на a_n, $a_n \neq 0$

$$x^n + q x^{n-1} + q^2 x^{n-2} + q^3 x^{n-3} + \ldots + q^{n-1} x + q^n = 0$$

Пусть ~~q~~ x_0 отрицательный корень данного многочлена.

~~Докажем~~ Тогда для нечетного n верно:

$$x_0^{n-1}(x_0+q) + q^2 x_0^{n-3}(x_0+q) + q^4 x_0^{n-5}(x_0+q) + \ldots + q^{n-1}(x_0+q) = 0$$

$$\left(x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + q^4 x_0^{n-5} + \ldots + q^{n-1}\right)(x_0+q) = 0$$

$x_0+q \neq 0$, т.к $x_0<0$, $q<0$. Тогда разделим на (x_0+q):

$$x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + q^4 x_0^{n-5} + \ldots + q^{n-1} = 0$$

Т.к. n - нечетное, то данное выражение >0 при $\forall x<0$.

Значит данное ур-ие не имеет решений, тогда $P_n(x)$ не имеет отрицательных корней при нечетном n.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17101

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ TU33 – 18

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Рассмотрим $P_n(x)$, где n – четное число, x_0 – отрицательный корень.

Имеем:

$$a_n x_0^n + a_{n-1} x_0^n + \ldots + a_1 x_0 + a_0 = 0$$

$$a_n x_0^n + q a_n x_0^{n-1} + \ldots + a_n q^{n-1} x_0 + q^n a^n = 0$$

Разделим на a_n:

$$x_0^n + q x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-2} + \ldots + q^{n-1} x_0 + q^n = 0$$

$$(x_0+q)(x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + \ldots + q^{n-2} x) + q^n = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} x_0+q < 0 \\ x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + \ldots + x q^{n-2} < 0 \end{array}\right| \Longrightarrow (x_0+q)(x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + \ldots + q^{n-2} x_0) > 0$$

Тогда:

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{x_0+q)}\ q^n > 0 \\ (x_0+q)(x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + \ldots + q^{n-2} x_0) > 0 \end{array}\right| \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow (x_0+q)(x_0^{n-1} + q^2 x_0^{n-3} + \ldots + q^{n-2} x_0) + q^n > 0 \text{ при } \forall x < 0$$

Значит данное ур-ие не имеет решений, значит $P_n(x)$ не имеет отрицательных корней при четном n.

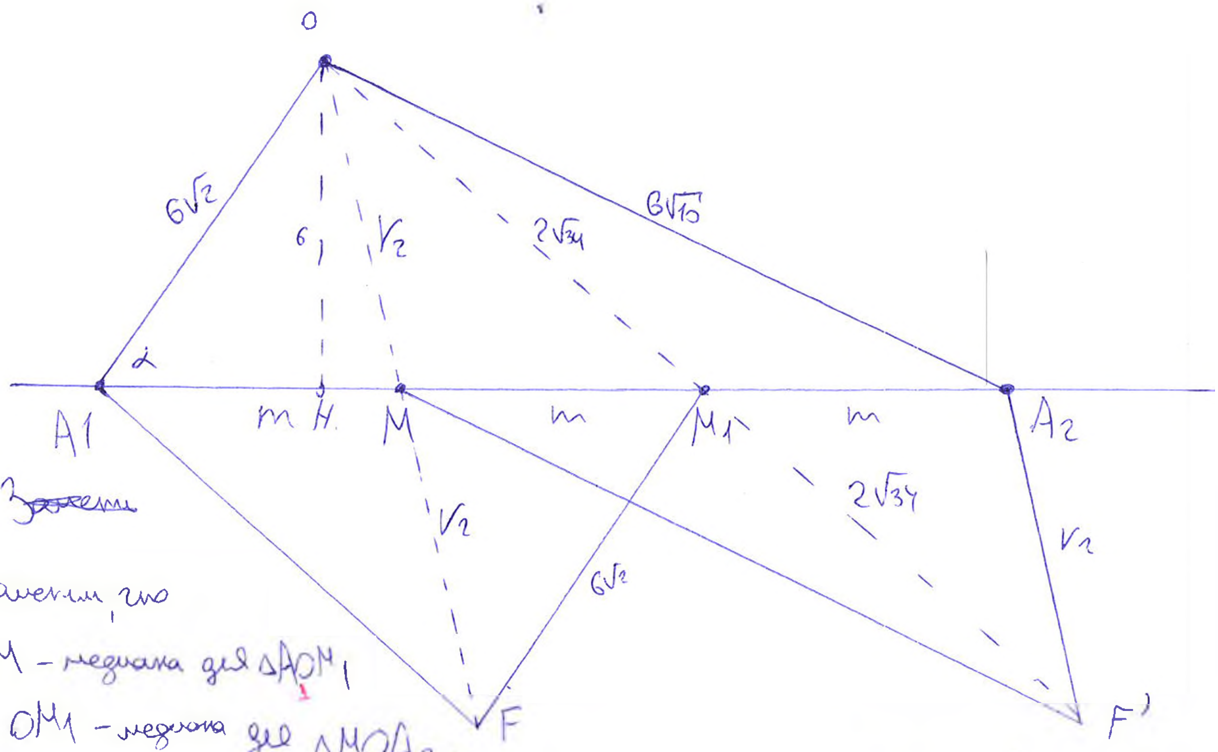
Тогда, из доказанного получаем, что $P_n(x)$ не имеет отрицательных корней ч.т.д.

Б) 1 корень $x = -q$ при нечетном n

Ответ: 1 корень; $x = -q$.

+

№3



~~Заметим~~

Заметим, что

OM – медиана для ΔA_1OM_1

и OM_1 – медиана для ΔMOA_2.

Продолжим OM и OM_1 за т. M и M_1 соответственно ~~на длин~~ до точки F и F' соответственно, $OF = 2OM$, $OF' = 2OM_1$. Получим ~~Состав~~ ~~Тогда по св-ву д пар-мма~~ параллелограмм A_1OM_1F и MOA_2F'.

По св-ву параллелограмма:

$$\begin{cases} 4V_2^2 + 4m^2 = 2(72 + 136) & (1) \\ 16 \cdot 34 + 4m^2 = 2(V_2^2 + 360) & (2) \end{cases}$$

Вычтем из (1) (2):

$4V_2^2 - 16 \cdot 34 = 2(208 - V_2^2 - 360)$

$4V_2^2 - 544 = 416 - 2V_2^2 - 720$

$6V_2^2 = 416 - 720 + 544$

$6V_2^2 = 240$

$V_2 = 2\sqrt{10}$

Подставим в (1)

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$160+4m^2=416$

$4m^2=256$

$m^2=64 \Longrightarrow m=8$

По теореме косинусов для ΔA_1OM:

$40=72+64-2\cdot 6\sqrt{2}\cdot 8\cos\alpha$

$40=136-96\sqrt{2}\cos\alpha$

$-96=-96\sqrt{2}\cos\alpha$

$\cos\alpha=\frac{-96}{-96\sqrt{2}}$

$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$

4

Опустим высоту OH на A_1M

$OH=OA_1\cdot\sin\alpha=6\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{12}{2}=6$

OH – искомое расстояние от поста до линии.

Ответ: 6; 8. а ближайшее к центральному посту расстояние A_1M?

±

№1

Число A может быть 2023-значным: Пример:

$A=\underbrace{2222\ldots22}_{2021\text{ цифра}}02$

Число A не может быть 2024-значным.

~~$\overline{2x}$ $\overline{x2}\equiv_3 0$~~ Пусть A имеет вид $\overline{x2}$, тогда

$\overline{x2}\equiv_3 0 \Rightarrow x\equiv_3 1$. ~~Но~~.

−

Ответ: может; нет.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

ВФ МЭИ

Место проведения

RK71-97

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 11111

ФАМИЛИЯ Васильченко

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 16.02.2006

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 листах

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 **ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨** RK71-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

между гол днями обязательно есть обморный

_ Г О Г О Г О Г _

значит 3 обморных дня стоят между ними

значит нужно поставить еще 3 обморочных дня в 5 „окон"

1) 3 дня подряд: 5 вариантов

2) 2 дня вместе и 1 после 1 или нескольких Г: $5\cdot 4 = 20$ вар

3) 3 дня раздельно: $\frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2} = 10$ вар

$5+20+10 = 35$ вариантов

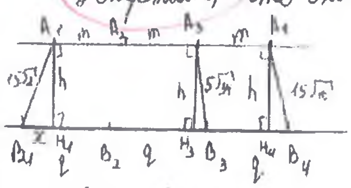
Ответ: 35

−

№2.

Допустим, что они паралельны

возможен ли обратный случай?



$A_1B_1 = 15\sqrt{2}$

$A_3B_3 = 5\sqrt{34}$

$A_4B_4 = 15\sqrt{10}$

проведем высоты из т A_1, A_3, A_4 Пусть $q - m = t$

h - расстояние между линиями

Р-м $\triangle A_1B_1H_1$, $\triangle A_3B_3H_3$ и $\triangle A_4B_4H_4$

по т Пифагора

$$\begin{cases} A_1B_1^2 = B_1H_1^2 + A_1H_1^2, \\ A_3B_3^2 = B_3H_3^2 + A_3H_3^2, \\ A_4B_4^2 = B_4H_4^2 + A_4H_4^2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 450 = x^2 + h^2 \\ 850 = h^2 + (x-2t)^2 \\ 2250 = h^2 + (x-3t)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 450 = x^2 + h^2 \\ 400 = 4t^2 - 4xt \\ 1800 = 9t^2 - 6xt \end{cases}$$

$$\begin{cases} 450 = x^2 + h^2 \\ 600 = 6t^2 - 6xt \\ 600 = 3t^2 - 2xt \end{cases}$$

$6t^2 - 6xt = 3t^2 - 2xt$

$3t^2 - 4xt = 0$

$t(3t - 4x) = 0$

$t = 0$ × $\quad t = \frac{4x}{3}$

$100 = t^2 - xt$

$\frac{16x^2}{9} - \frac{4x^2}{3} = 100$

$\frac{16x^2 - 12x^2}{9} = 100 \quad 4x^2 = 900$

$x^2 = 225$

$450 = x^2 + h^2 \quad h^2 = 225 \quad h = 15$

+

Ответ: да, параллельны; расст = 15 км

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RK71-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.

Р-м 3-значное число

$A = \overline{ab3}$

$100a + 10b + 3 + 27 = 300 + 10a + b$

$270 = 90a + 9b$

$a = 3;\ b = 0$

$A = 303 \not\vdots 99$

Р-м 4-значное число

$A = \overline{abc3}$

$1000a + 100b + 10c + 3 + 27 = 3000 + 100a + 10b + c$

$2970 = 900a + 90b + 9c$

$a = 3;\ b = 3;\ c = 0$

$A = 3303 \not\vdots 99$

Р-м 5-значное

$A = \overline{abcd3}$

$29970 = 9000a + 900b + 90c + 9d$

$a = 3;\ b = 3;\ c = 3;\ d = 0$

$A = 33303 \not\vdots 99$

Заметим, что ~~А~~ для выполнения разности $A = \underbrace{33\ldots33}_{n}03$

~~А⋮99~~ $A \vdots 9$ и $A \vdots 11$

$\underbrace{33\ldots33}_{n}03 \vdots 9$, если $3(n+1) \vdots 9$

Р-м $\vdots 11$

~~$\underbrace{33\ldots3303}_{n}$~~ $\underbrace{333\ldots33}_{n} \vdots 11$ при $n \vdots 2$

~~$n = 30303$~~ $\underbrace{33\ldots33}_{n \vdots 2}00 \vdots 11 \Rightarrow \underbrace{33\ldots33}_{n \vdots 2}03 \not\vdots 11$

при $n \not\vdots 2$

$\underbrace{33\ldots33}_{n \not\vdots 2}$ при дел на 11 дает ост 3

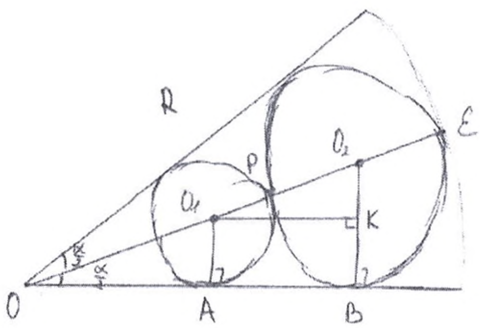
$\underbrace{33\ldots33}_{n \not\vdots 2}00$ также дает ост 3 $\Rightarrow \underbrace{33\ldots33}_{n \not\vdots 2}03 \not\vdots 11$ (ост 6)

Значит $\underbrace{33\ldots33}03 \not\vdots 11 \Rightarrow A \not\vdots 11 \Rightarrow A \not\vdots 99 \Rightarrow$ такого числа не существует

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4.



Дано:

R; α

окружности касаются сторон и дуг круга; O_2 кас окр O в т. E

$\max \frac{r_1+r_2}{R}$ - ?; α - ?

окр вписаны в угол $\Rightarrow$ $O_1, O_2, P, E \in$ биссектрисе угла; $OE = R$

Р-м $\triangle OO_2B$

$\angle OBO_2 = 90° \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r_2}{R-r_2}$

пусть $\sin\frac{\alpha}{2} = t$

$r_2 = tR - tr_2$

$r_2(1+t) = tR$

$r_2 = \frac{tR}{1+t}$

Р-м $\triangle OO_1A$

$\angle OAO_1 = 90° \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{r_1}{R-r_1-2r_2}$

$r_1 = tR - tr_1 - 2t\cdot\frac{tR}{1+t}$

$r_1(1+t) = \frac{tR+t^2R-2t^2R}{1+t}$

$r_1 = \frac{tR-t^2R}{(1+t)^2}$

$\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{tR-t^2R+tR(1+t)}{R\cdot(1+t)^2} = \frac{2tR}{R\cdot(1+t)^2} = \frac{2t}{(1+t)^2}$ - возраст. функция, max при max t $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\max\frac{r_1+r_2}{R}$ достигается при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и равно $\frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\cdot 4}{4+4\sqrt{2}+2} = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RK71-97

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

$a_n = a_0 \cdot q^n$

$P_n(x) = a_0(q^n x^n + q^{n-1} x^{n-1} + \dots + q x + 1)$ Не соотв. усл.

$a_0 \neq 0$

при $x = -\frac{1}{q}$

$P_n(-\frac{1}{q}) = a_0(-1+1 \ -1+1 \dots -1+1) = 0$ при любом n?

$q^n x^n = -1 \Rightarrow n \% 2$ откуда?

при $q^k x^k \neq \pm 1$

$|q^k x^k|$ будет увеличиваться в $|q x|$ раз и 0 получить не получится $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ 1 корень при $n = 2025$

±

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M6F02	ВКС	ТН89-53
№ группы	Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Вершинин

ИМЯ Арсений

ОТЧЕСТВО Антонович

Дата рождения 25.09.2011 **Класс:** 6

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: В

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ТН89-53

Задача №3

Представим стадо в виде графа. Тогда головы (коровы) будут являться его вершинами, а общения (знакомства) рёбрами. Тогда, т.к. каждая корова в стаде общается ровно с семью коровами, степень каждой вершины - 7. Тогда степень всех вершин $7 \cdot 27 = 189$. Но степень всех вершин (сумма степеней вершин) должна быть чётной, ведь каждое ребро мы посчитали 2 раза (со стороны одной вершины и со стороны второй вершины), а 189 - нечётное. Значит возникает противоречие, а Пеструшка соврала. Значит Хавронья права.

+

Ответ: Хавронья права

Задача №5

Заметим, что каждый участник обменялся приветствиями от 0 до 18 участниками (включительно), ведь участник не мог обменяться приветствиями сам с собой.

+

Будем действовать от противного. Если такое невозможно (т.е. все обменялись различным количеством приветствий), то, т.к. всего 19 различных вариантов чисел приветствий (количество чисел от 0 до 18 включительно) то есть человек, который не обменивался приветствиями, но также есть участник, который приветствовал всех других, т.е. нет участников, которые никого не приветствовали.

Возникает противоречие. Значит найдутся два участника конкурса, которые обменялись приветствиями с одинаковым числом конкурсантов

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ TH89-53

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №2

$B+E+C=5$

$C+O+M=21$

$M+O+C+T=26$

$C+T+O=17$

$C+T+O+Л=23$

Заметим, что $\boxed{Л=6}$ ведь $(C+T+O+Л)-(C+T+O)=Л=23-17=6$.

Заметим, что $\boxed{T=5}$ ведь $(M+O+C+T)-(C+O+M)=T=26-21=5$.

Заметим, что $\boxed{M=9}$, ведь $C+T+O=17$, значит, т.к. $T=5$, $C+O=17-5=12$; $C+O+M=21 \Rightarrow M=21-12=9$.

Заметим, что $\boxed{O=8}$ ведь в слове ВЕС есть 0, т.к. в противном случае минимальное $B+E+C=1+2+3=6$, что >5. Т.к. $C+O=12$, а $O<10$; $C\neq 0 \Rightarrow \boxed{E=0}$. Тогда $C\in\{1,2,3,4\}$, т.к. $B+C=5$, а $B\neq C\neq 0$. Заметим, что $C\neq 1$ и $C\neq 3$, ведь в таком случае $O>10$, а также $C\neq 3$, ведь тогда $O=9$, но цифра 9 уже занята буквой М.

Значит $\boxed{C=4}$ а $O=8$, а $\boxed{B=1}$

Тогда $M+O+Л+O+T=9+8+6+8+5=36$

Ответ: МОЛОТ-36.

Лист 02 из 04

TH89-53

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТН89-53

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задание № 1

Будем решать задачу, рассмотрев главную роль.

Ляпкин не может быть, если в главной роли не Жабкин, т.е. если Ляпкин в главной роли, то он не будет сниматься.

Шапкин не может быть в главной роли, ведь в таком случае Тапкин и Охапкин не участвуют в съёмках, ~~ведь~~ Жабкин тоже не участвует в таком случае, ведь тогда Тапкин должен будет сыграть вторую роль. Значит, в второй и эпизодических ролях снимутся Тряпкин и Ляпкин, но в главной роли не Жабкин, значит Ляпкин не будет сниматься, противоречие.

В главной роли Тапкин, и тогда:

главная роль - Тапкин

вторая роль - Шапкин

эпизодическая роль - Жабкин

7

+

Ответ: Тапкин снимется в главной роли, в роли второго плана снимется Шапкин, а в эпизодической роли снимется Жабкин

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ТН89-53

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача №4

Рассмотрим два случая:

I. 26 - зелёный. Тогда, т.к. 27 - зелёный, а 3 одного цвета подряд встречаться не могут, $\boxed{28 - \text{синий}}$

II. 26 - синий. Тогда на верху одной стопки (после 27 лоскутка) зелёный, и наверху другой стопки тоже лежит зелёный лоскуток, ведь если рассматривать лоскутки с 14, то в первой стопке ч/т число лоскутков (т.к. на верху зелёный), а во второй - ~~н/ч~~ ч/т, ведь 27-14+1 = 14 лоскутков всего, включая 14 до 27 (включая его). Т.е. на верху обеих стопок зелёный лоскуток, а значит $\boxed{28 - \text{синий}}$

Ответ: синего цвета

почему?

+

Лист 04 из 04

ТН89-53

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11 F03	Дистанционно, с использованием АИС
№ группы	Место проведения

← **Не заполнять** Заполняется ответственным работником

ZA 73-19

шифр

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Высочин

ИМЯ Аркадий

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 02.04.2006 **Класс:** 11

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Впад

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA73-19

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ZA 73-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1.

Решение.

1) $C_{10}^4 = 210$ – кол-во возможных способов распределения дней без учёта условий.

2) подсчитаем кол-во вариантов, которые нас не устроят.

а) 4 „голодных" дня подряд.

$\underbrace{\smile\smile\smile\smile}_{*}\ \frown\frown\frown\frown\frown\frown$ (1 2 3 4 5 6 7) Всего получаем: 7 вар. (кол-во вар. поставить „голодный" блок, считая его за один день). (C_7^1)

б) 3 „голодных" дня подряд и 1 „голодный" день, не стоящий рядом

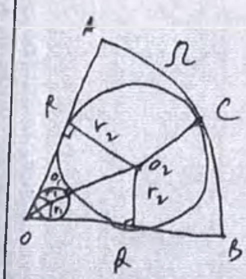
$\underbrace{\smile\smile\smile}_{*}\ \smile\ \frown\frown\frown\frown\frown\frown$. Вариантов расставить „голодный" блок и 1 день (без учёта их „несовместимости") – 56 (A_8^2), но блок и день не могут стоять рядом, поэтому мы должны ещё вычесть $2C_7^1 = 14$ (с учётом порядка) т.е. нас не устроят $56 - 14 = 42$ варианта

Откуда наш ответ: $C_{10}^4 - (C_7^1 + (A_8^2 - 2C_7^1)) = 210 - (7 + (56 - 2\cdot 7)) =$
$= 210 - (7 + 42) = 210 - 49 = 161.$

+

Ответ: 161.

№4



1) Пусть r_2 – радиус большей окружности ω_2 (касающейся окружности сектора), а r_1 – меньшей ω_1 (касающейся ω_2).
Пусть т. A, B – границы сектора окружности Ω, точка C – ...

2) O, O_1, O_2 и C – лежат на одной прямой – биссектрисе $\angle AOB$.
~~...~~: т. O_1 равноудалена на r_1 от OA и OB,
т. O_2 равноудалена на r_2 от OA и OB,
т. C – лежит на сер. ⌣AB из симметрии. т.к. при симметрии т. C → C_1 и если $C \neq C_1$, то у ω_2 и Ω есть 2-е точки пересечения ⇒ (!!)

3) $OO_2 = OC - O_2C = R - r_2$
тогда верно, что $\frac{r_2}{R - r_2} = \sin\frac{\alpha}{2}$.
$r_2 = R\sin\frac{\alpha}{2} - r_2\sin\frac{\alpha}{2}$
$r_2 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

$OO_1 = OC - O_1C = R - 2r_2 - r_1$
тогда верно, что $\frac{r_1}{R - 2r_2 - r_1} = \sin\frac{\alpha}{2}$.
$r_1 = R\sin\frac{\alpha}{2} - 2r_2\sin\frac{\alpha}{2} - r_1\sin\frac{\alpha}{2}$
$r_1 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2} - 2r_2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}$

Откуда: $r_1 + r_2 = \frac{R\sin\frac{\alpha}{2} - 2r_2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\alpha/2} + \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\alpha/2} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\alpha/2}(R - r_2) =$

ZA73-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$= \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\left(R - \frac{R\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\right) = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\sin\frac{\alpha}{2}}\cdot R \cdot \frac{1}{1+\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} R.$$

и соответственно:

$$\frac{r_1+r_2}{R}\left(=\frac{O_1O_2}{R}\right) = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\left(1+\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2} \nearrow max - ?$$

т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2}]$, то $\frac{\alpha}{2} \in (0; \frac{\pi}{4}]$ и $\sin\frac{\alpha}{2} \in (0; \frac{\sqrt{2}}{2}]$.

Замена $x = \sin\frac{\alpha}{2}$, тогда:

пусть $f(x) = \frac{2x}{(1+x)^2}$, тогда $f'(x) = 2x\cdot\left(\frac{1}{(1+x)^2}\right)' + (2x)'\cdot\frac{1}{(1+x)^2} = 2x\cdot(-2)\cdot$

$\cdot\frac{1}{(1+x)^3}\cdot 1 + 2\cdot\frac{1}{(1+x)^2} = \frac{2}{(1+x)^2}\left(\frac{-2x}{1+x}+1\right) = -\frac{2(x-1)}{(x+1)^3} = 0$

$$\begin{array}{c} - \quad + \quad - \quad f'(x) \\ \searrow \; -1 \; \nearrow \; 1 \; \searrow \quad f(x) \end{array}$$

$\Rightarrow x \in (0; \frac{\sqrt{2}}{2}]$ при $x \nearrow$, $f(x) \nearrow \Rightarrow$

$\Rightarrow$ max. значение достигается при $x = max = max(\sin\frac{\alpha}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$$\frac{2\sin\frac{\pi/2}{2}}{\left(1+\sin\frac{\pi/2}{2}\right)^2} = \frac{2\sin\frac{\pi}{4}}{\left(1+\sin\frac{\pi}{4}\right)^2} = \frac{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}\cdot 2^2}{(2+\sqrt{2})^2} = \frac{4\sqrt{2}}{2(\sqrt{2}+1)^2} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)^2(\sqrt{2}-1)^2} =$$

$= 2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)^2 = 2\sqrt{2}(2+1-2\sqrt{2}) = 6\sqrt{2}-8$

Ответ: $6\sqrt{2}-8$; $\alpha = \pi/2$.

+

№3

1) Пусть $A = \overline{B3}$, тогда из условий задачи $A+27 = \overline{3B}$, $A \vdots 99$, $A - ?$

$(A+27)-A = 27 = \overline{3B} - \overline{B3} = 3\cdot 10^x + B - (10B+3) = 3\cdot10^x - 9B - 3$, где $x \geq 1$,

$30 = 3\cdot 10^x - 9B \;|:3$

$3B = 10^x - 10 = \overline{\underbrace{9\ldots9}_{x-1}0} \Rightarrow B = \overline{3\ldots30}$, тогда:

2) $A = \overline{3\ldots303}$, может ли $A \vdots 99$. Кратность 9 возможна $A = 3303$, но кратность 11 - нет, т.к. по признаку делимости на 11:

$(3-3+3-3+\ldots\pm0\mp3) \vdots 11$, но $(3-3)+(3-3)+\ldots\pm0\mp3 = 0+0+\ldots\pm0\mp3$

Есть 2 варианта если в „блоке" из „3" - четное кол-во „3", то:

$3-3+3-3+\ldots\pm0\mp3 = 0+0+0+0+0-3 = -3 \not\vdots 11$.

если „3" - нечетное кол-во:

$3-3+3-3+3+3\ldots\pm0\mp3 = \pm3\mp0\pm3 = \pm6 \not\vdots 11$. $\Rightarrow A \not\vdots 11$ и $A \not\vdots 99$.

$\Rightarrow \nexists A$ ∎

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 73-19

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

1) Т.к. степень многочлена n $(deg(P_n)=n)$, то $a_n \neq 0$ и т.к. $q\neq 0$, то $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0 \neq 0$.

2) заметим, что $a_1 = \frac{a_0}{q}$, $a_2=\frac{a_0}{q^2}$, ... $a_n = \frac{a_0}{q^n}$, тогда:

$P_n(x) = \frac{a_0}{q^n}x^n + \frac{a_0}{q^{n-1}}x^{n-1} + \frac{a_0}{q^{n-2}}x^{n-2} + \dots + \frac{a_0}{q}x + a_0 = a_0\left(\left(\frac{x}{q}\right)^n + \left(\frac{x}{q}\right)^{n-1} + \dots + \left(\frac{x}{q}\right) + 1\right)$

Пусть $Q(y) = y^n + y^{n-1} + \dots + y + 1$ $(deg(P) = deg(Q))$, тогда:

$P_n(x) = a_0 \cdot Q\left(\frac{x}{q}\right)$.

т.к. из п.1 $a_0 \neq 0$, то все решения $Q\left(\frac{x}{q}\right)=0$ однозначно соответствуют решениям $P_n(x)=0$. (1 реш $Q\left(\frac{x}{q}\right)$ - 1 реш $P_n(x)$).

3) поймём сколько решений может быть у $Q(y)$.

пусть:

$T(y) = (y-1)Q(y) = (y-1)(y^n + y^{n-1} + \dots + y + 1) = y^{n+1} - 1$.

~~Ф все реш. $T(y)$~~ $T(y)=0$ включает в себя $y=1$ или $Q(y)=0$

$T(y)$ может иметь 1 или 2 решения (в зависимости от чётности n).

если $(n+1) \not\vdots 2$ $(n \vdots 2)$, то $y^{n+1} - 1 = 0$ - 1 реш $y=1$.

Может ли это быть решением $Q(y)$ - ?

$Q(1) = 1^n + 1^{n-1} + \dots + 1^1 + 1^0 = 1\cdot(n+1) = n+1 \neq 0 \Rightarrow$ при $n \vdots 2$ $Q\left(\frac{x}{q}\right)$ - не имеет решений $\Rightarrow P_n(x)$ - не имеет решений.

если $(n+1) \vdots 2$ $(n \not\vdots 2)$, то $y^{n+1} - 1 = 0$ - 2 реш $y = \pm 1$

Может ли это быть решением $Q(y)$ - ?

$Q(1) = 1^n + 1^{n-1} + \dots + 1^0 = n+1 \neq 0$ - 0 решений

$Q(-1) = (-1)^n + (-1)^{n-1} + \dots + (-1) + 1 = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 0 \Rightarrow$ только 1 реш

$\Rightarrow P_n(x)$ - может иметь не более 1 корня, при $y=-1$, т.е. $\frac{x}{q} = -1$, т.е. $x = -q$ при $n \not\vdots 2$

$n \not\vdots 2$, $n \in N$, $n > 2024 \Rightarrow n_{min} = 2025$.

Ответ: $P_n(x)$ имеет 0 корней при $n \vdots 2$

$P_n(x)$ имеет 1 корень при $n \not\vdots 2$, $x_0 = -q$, где x_0 - корень $P_n(x)$

$n_{min} = 2025$.

+

Лист 03 из 04

ZA73-19

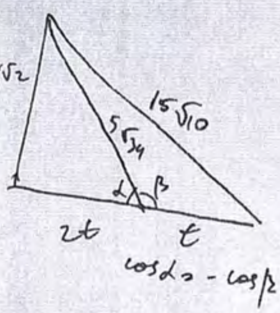
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 73-19

№ 2

1) Пусть $A \parallel B$, тогда верно, что можно составить Δ (см рис)*, где $t = l/q-m/$.



Также знаем, что:

(выведение ф-лы Стюарта)

$$(2t)^2 + (5\sqrt{34})^2 - 2\cos\alpha \cdot 2t \cdot 5\sqrt{34} = (15\sqrt{2})^2 \quad \Big| \cdot t$$

$$(t)^2 + (5\sqrt{34})^2 + 2\cos\alpha \cdot t \cdot 5\sqrt{34} = (15\sqrt{10})^2 \quad \Big| \cdot 2t \quad (+)$$

$$(2t)^2 t + (5\sqrt{34})^2 t = (15\sqrt{2})^2 t + (15\sqrt{10})^2 \cdot 2t$$

$$+ 2t^3 + 2\cdot(5\sqrt{34})^2 t$$

$$6t^3 + 3(5\sqrt{34})^2 t = t\left((15\sqrt{2})^2 + (15\sqrt{10})^2 \cdot 2\right) \quad \Big| : t$$

$$6t^2 = (15\sqrt{2})^2 + (15\sqrt{10})^2 \cdot 2 - 3\cdot(5\sqrt{34})^2$$

$$t^2 = \frac{225 \cdot 22 - 3 \cdot 25 \cdot 34}{6} =$$

$$= \frac{25 \cdot 6\,(3\cdot 11 - 34)}{6} = 25\cdot(-1) < 0 \Rightarrow \nexists\ \Delta. \Rightarrow A \nparallel B.$$

*Примечание: Δ получается параллельным переносом

2) Это возможно т.к. при $A \parallel B$ – общая высота (одинаковое расстояние м/у A и B у любых A_i; B_i).

Ответ: $A \nparallel B$

Расст?

$\mp$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

MSF01	дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

FK12-76

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ Геенко

ИМЯ Роман

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 11.09.2013

Класс: 4(5)

Предмет МАТЕМАТИКА

Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 2 листах

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

FK12-76

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

Игра оканчивается если остались только кучки с одним зерном. Таких кучек будет столько же сколько и зёрен то есть $5+7+10+14+18=52$. сначала кучек 5. после каждого хода кол-во кучек увеличивается на 1. То есть ходов $52-5=47$. Тот кто делает 48-ой ход проигрывает. Гриша делает лишь чётные ходы значит он проиграет а выиграет Петя.

+

Ответ: Петя

№3

есть i пар. в каждой паре есть гном или фея собравшая x и гном или фея собравший $x\cdot 3$. то есть всего $4x$. всего собрали ~~есть~~ $4a$ значит ~~так как~~
$4a=4x_1+4x_2+4x_3+4x_4 \dots 4x_i=4(x_1+x_2+x_3\dots+x_i)$,
а 2025 не делится на 4, а $4a$ делится. Значит, нет

+

Ответ: нет

№45

$с+м+о=17$, $с+м+о+л=23$ значит $(с+м+о+л)-(с+м+о)=23-17$
$л=6$, ~~АА~~ ~~А4О~~ $М+О+С=21$, ~~А~~ $М+О+С+Т=26$, $(М+О+С+Т)-(М+О+С)=26-21$
$Т=5$, $О+С+Т=17$, $(М+О+С+Т)-(О+С+Т)=26-17$, $М=9$. По в+е+с=5 понимаем что $с<5$. $с+т+о-т=17-5$, $с+о=12$. Поэтому $с>2$. значит $x<5$. значит $с=3,4$. ~~если~~ если $с=3$, то $о=9$, а $9=М$. противоречие. значит $с=4$, а $о=8$ и а МОЛОТ $=98685$

+

FK12-76

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇨ FK12-76

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5 (продолжение)

Ответ 98685

№1

Чтоб у всех гномов было разное кол-во ~~к~~ призов есть вариант у 1-го гнома 0 призов уа другово 1, у другого 2, у другого 3, у другого 4, у другого 5, и у последнего 14.

+

№4

Допустим, Мармагулец не дрессировщик. Значит Калошмак танцует, а Хрюкозанец поёт. Значит Калошмак не рисует. Чупабряк сказал про Землянина неправду. Значит он танцует, а танцует Калошмак. Противоречие. Обозначим Калошмака, как К, Землянина, как З, Хрюкозанца как Х и Мармагульца и Чупабряка, как М и Ч. Значит М дрессировщик, Х сказал неправду про себя. М сказал неправду про К. К сказал неправду про Х, значит К рисует. З соврал про себя, значит Ч пишет стихи. Ч соврал про себя, значит З поёт. И остался Х и талант танцевания. Ответ:

М дрессировщик

К рисует

Ч пишет стихи

З поёт

Х танцует

+

Лист 02 из 02

FK12-76

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

МА67-29

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Григорьева

ИМЯ Александра

ОТЧЕСТВО Владимировна

Дата рождения 07.04.2006.

Класс: 11

Предмет математика

Этап: заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17.1.1

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МА67-29

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Из 10 дней: 4 голод и 6 обедов. Нам не подходят ситуации, где есть гггг; ггг и г

1) Ситуация, когда 4 дня подряд голод.

$C_7^1 = 7$ случаев

2) Ситуация, когда 3 дня голод и 1 день голод.

$A_8^2 = 8\cdot 7$, но тут учтены 2 раза ситуации

~~ггг~~ ггг+г и г+ггг $\Rightarrow 8\cdot 7 - 2\cdot 7 = 6\cdot 7$

$A_{(неподход.)} = 7 + 6\cdot 7 = 49$ случаев.

+

3) Общее кол-во составить расписание

$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!\,6!} = 210.$

Подходящее расписание $A_{под} = 210 - 49 = 161$

Ответ: 161

№3

$A = \overline{a3}$ $B = \overline{3a}$ $A \vdots 11, A \vdots 9$; $B \vdots 9$

$B = A + 27 \Rightarrow B$ заканчивается на 0.

$A = \overline{b03}$ $B = \overline{360}$

$A + 27 = \overline{b03} + 27 = \overline{b30}$ $B = \overline{360} = \overline{b30}$ $\overline{36} = \overline{b3}$

$A = \overline{c303}$ $A + 27 = \overline{c303} + 27 = \overline{c330}$

$\Rightarrow \overline{c330} = \overline{b30}$

B заканчивается на 330

A заканчивается на 3303

$A + 27 = \overline{d3303} + 27 = \overline{d3330} \Rightarrow$ $B = \overline{d3330} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = \overline{f33303}$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 171.11

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ NA67-29

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№3 (продолжение).

Таким образом число A будет принимать вид $A = \overline{x\underbrace{33\ldots3}_{n}03}$ и $B = \overline{3x\underbrace{3333\ldots3}_{n}0}$

При каждом действие n увеличивается

~~эта цепочка будет длится до~~ =>

=> A примет вид $\overline{\underbrace{33\ldots3}_{n}03}$ и

B примет вид $\overline{\underbrace{33333}_{n+1}0}$

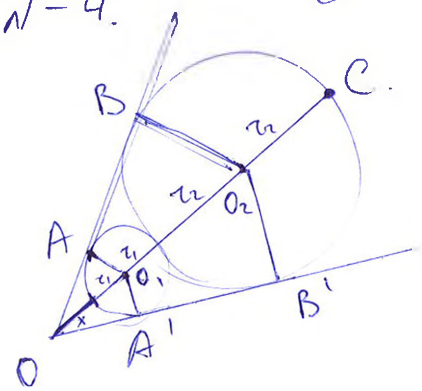
Но из условия $A \vdots 11$ => Сумма чисел на нечёт. местах ~~должна~~ и сумма чисел на чёт. местах, в разности должны $\vdots$ на 11. Если n - чётное, разность сумм равна -3.

Если n - нечётное разность сумм 3. ↯

Ответ: невозможно.

+

№4.



Из условия

$x + 2r_1 + 2r_2 = R$, где

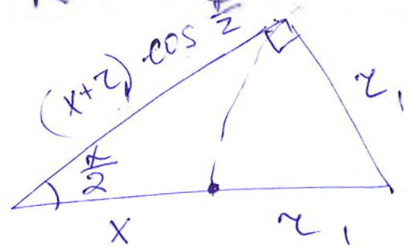
r_1 - радиус меньшей окр

r_2 - радиус большей окр.

x - расстояние от центра O до пересеч. биссектрисой OC окружности с r_1

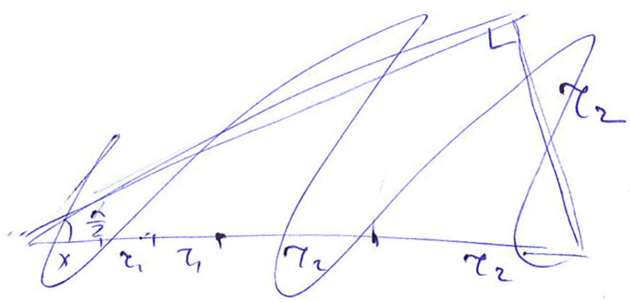
№4

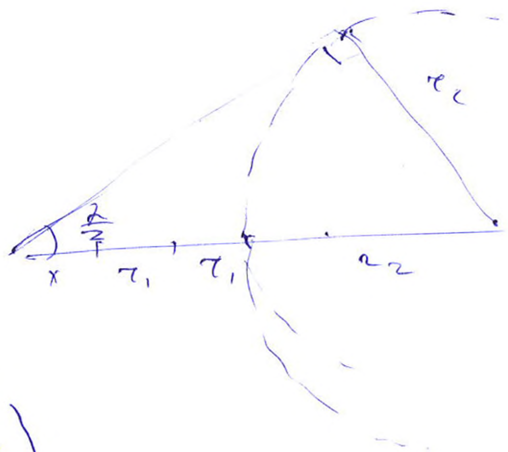
Для максимального ~~расстояния~~ отношения $\frac{r_1+r_2}{R}$ нужно минимизировать расстояние X.



$r_1=(x+r_1)\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$

$(x+r_1)^2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}=x\cdot(x+2r_1)$





$r_2=(x+2r_1+r_2)\cdot\sin\frac{\alpha}{2}$

$r_1+r_2=\sin\frac{\alpha}{2}\left(2x+3r_1+r_2\right)$

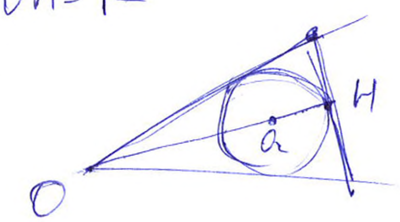
$R=x+2r_1+2r_2$.

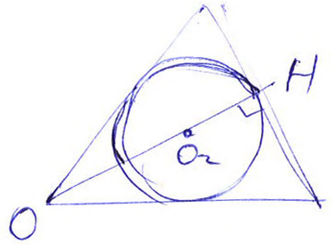
$$\frac{r_1+r_2}{R}=\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\left(\frac{2x+3r_1+r_2}{x+2r_1+2r_2}\right)$$

При увеличение $\alpha \to \sin\frac{\alpha}{2}\uparrow$

Т.к большая окружность касается окружности рад.R $\Rightarrow$ Её радиус фиксирован и зависит от α

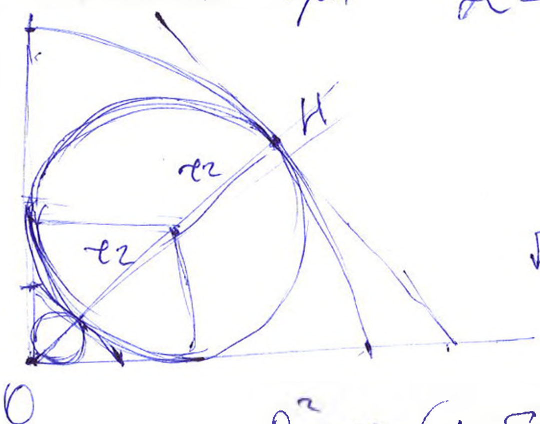
$OH=R$



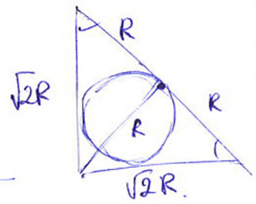


ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Т.к. $\angle \in (0;90]$ окружность с $(r_2)_{max}$ достигается при $\alpha = 90^\circ$



$OH = R$



$S_\Delta = R^2$

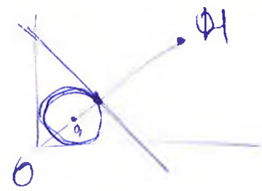
$S_\Delta = r_2 \cdot \frac{P}{2}$

$R^2 = r_2 \cdot \left(\frac{2\sqrt{2}R + 2R}{2}\right)$

$R^2 = r_2(1+\sqrt{2})R.$ $\boxed{r_2 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot R.}$

Для меньшей окр. ~~тоже~~ та же формула.

$r_1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot h$



$OH - 2r_2 = R - \frac{2R}{1+\sqrt{2}}$

$r_1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}} \cdot R.$ $r_1 = \frac{\sqrt{2}+1}{3+2\sqrt{2}} R$

$r_1 + r_2 = R\left(\frac{\sqrt{2}-1}{3+2\sqrt{2}} + \frac{1+\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}.$

$\frac{r_1+r_2}{R} = \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}.$

Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ при $\alpha = 90^\circ$

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

RW76-41

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17661

ФАМИЛИЯ Гусаров

ИМЯ Иван

ОТЧЕСТВО Валерьевич

Дата рождения 01.06.2011 **Класс:** 6

Предмет Математика **Этап:** Заключительный

Работа выполнена на 5 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

N 1

Предположим, что в кино будет Ляпкин, тогда:

Гл. р ⟶ Жабкин, но он не хочет работать с Ляпкиным, поэтому Ляпкин не снимается в кино.

Предположим, что в кино будет Шапкин; тогда;

Тапкин чаще Шапкина, но Шапкин не может играть эпизодическую роль, ведь этого не хочет Тапкин, тогда;

Гл. р — Тапкин

Втор. ты — Шапкин

Эпизод. роль — Трепкин; ⟶ не может, т.к он появиться реже Тапкина.

Эпизод. роль — Жабкин; может.

Ответ: Тапкин, Шапкин, Жабкин.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№2

МОСТ − СТО = М
26 − 17 = 9

СТОЛ − СТО = Л
23 − 17 = 6

СОМ − М = СО
21 − 9 = 12

СТО − СО = Т
17 − 12 = 5

М = 9
Л = 6

СО = 12

Т = 5

О = 8

С = 4.

поскольку в числе "вес" каждая буква это разная цифра, то эти цифры 0,1,4 или 0,2,3, т.к 1,2,3 − это 6, а 6 > 5

поскольку каждая буква это цифра то наибольшая цифра 9, но она уже буква „Т", тогда 8;

О = 8; С = 4

Ответ: МОЛОТ = 98685.

+

~~№4~~ №3

свинья Хавронья права т.к. можно составить граф, где 27 вершин, это 27 коров; из каждой вершины выходит 7 ребер, тогда по формуле их всего:

$$\frac{27\cdot 7}{2} = \frac{189}{2} = 94,5 \text{ ребер}.$$

Ребер не целое кол-во, значит такого графа не может существовать. Поэтому утверждение коровы Петрушки ложно! значит утверждение свиньи Хавроньи верно!

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17661.

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ RW 76-41

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N5.

Составим противоположное утверждение:

Не найдутся две участника которые обменялись приветствиями с одинаковым кол-вом участников;

или

У всех участников разное число приветствий, тогда:

вариант №1

это ~~приветствие~~ (

0, 1, 2, 3, 4 .... 18, но при таком случае человек с 18 приветствиями здоровается со всеми, кроме себя, а такого быть не может, ведь есть человек с 0 приветствий.

~~Вариант №2~~

Других вариантов быть не может, т.к если у ~~чело~~ человека приветствий > 18, условие о 19 всего человеках опровергается, т.к человек на 1 больше чем приветствие.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 5
Поставленное нами обратное утверждение неверно, а значит изначальное утверждение верно.

Ответ: Доказано.

+

N 4

28-ой лоскуток может быть синим; т.к 26 и 27 лоскутка будут зелеными, и если 28 будет зеленым, то почему? Портниецка прекратит работу, а по условию сказано, что Портниха не закончил на рапном лоскутке. Значит лоскуток был синим.

Ответ: синий.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

5Т01	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

FK12-94

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ ДЕМЧЕНКО

ИМЯ ДАРЬЯ

ОТЧЕСТВО МАТВЕЕВНА

Дата рождения 02.01.2012 **Класс:** 5

Предмет МАТЕМАТИКА **Этап:** ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 05 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024.
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Дю

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

FK12-94

№4.

Начертим таблицу, где вверху ~~имена~~ названия планет, а слева способности к искусству.

	К	Ч	З	Х	М
рис.	+	−	−	−	−
поёт	−			−	
танц.	−				
пиш. стих.	−				
дресс.	−				

Представим что 1-ое утверждение Калошака было верным. Тогда Калошак рисует, а Хрюкозанец не поёт.

	К	Ч	З	Х	М
рис.	+	−	−	−	−
поёт.	−				−
танц.	−				−
пиш. ст.	−				−
дресс.	−	−	−	−	+

Хрюкозанец сказал, что он поёт, но по таблице мы видим, что это не так. Если его 1-ое утверждение оказалось ложным, то 2-ое правда. Значит Мармагулец дрессирует животных.

	К	Ч	З	Х	М
рис.	+	−	−	−	−
поёт	−	−			−
танц.	−	−			−
пиш. ст.	−	+	−	−	−
дресс.	−	−	−	−	+

Мармагулец говорит что он дрессирует животных. Значит 2-ое утверждение правда, а 1-ое ложь. Он говорит, что Калошмак танцует, но это не так.

Посмотрим на Землянина. Он говорит, что рисует он, но у нас рисует Калошмак. Значит 1-ое утверждение ложь, а 2-ое правда. Значит Чупобряк пишет стихи. У нас остаётся свободное только одно окошко у Хрюкозанца. Значит он танцует. А петь остаётся только Землянину.

	К	Ч	З	Х	М
рис.	+	−	−	−	−
поёт	−	−	+	−	−
танц.	−	−	−	+	−
стих	−	+	−	−	−
дрес.	−	−	−	−	+

Ответ: Калошмак рисует, Чупобряк пишет стихи, Землянин поёт, Хрюкозанец танцует, а Мармагулец дрессирует животных.

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5.

Заметим, что СТО и СТОЛ отличаются на Л, значит 23-17=6 — обозначает Л.

МОСТ и СТО отличаются на М, значит 26-17=9 — обозначает М

Зная, что М=9 мы найдём сумму С и О. Для этого из СОМ вычтем М, 21-9=12 — сумма С и О.

Зная сумму С и О, мы найдём Т. Для этого из СТО вычтем С и О, 17-12=5 — обозначает Т.

Посмотрим на ВЕС. Сумма В, Е и С равна 5, причём слагаемые не повторяются. Чтобы составит 5 из ~~попарно~~ трёх попарно различных слагаемых существует только 1 способ (4+1+0). Мы знаем, что С и О в сумме 12. Если С равно 0 или 1, то О равно двухзначному числу. Но такое по условию не возможно. Значит С=4. Если С=4, а сумма С и О=12, то 12-4=8 — обозначает О.

Мы собрали всё, что нужно знать, чтобы обозначить МОЛОТ. Подпишем под буквы цифры.

МОЛОТ
98685

~~9+8+6+8+5~~=36.

Ответ: МОЛОТ равен 98685.

+

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ FK12-94

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 3.

Представим количество бабочек у игрока в каждой команде за x и y.

Покажем все возможные варианты на отрезках.

1. $x = 3y$

$\underbrace{y \quad y \quad y}_{x}$

y

Значит сумма всех бабочек в команде $y + x$, ~~или~~

Заменяем x на $3y$. Получается $x + y = 4y$.

Значит пойманых бабочек в команде число кратно 4.

~~И в каждой команде число~~

2. $3x = y$

$\underbrace{x \quad x \quad x}_{y}$

x

Значит сумма всех бабочек в команде $x+y$. Заменяем y на $3x$. Получается $x+y=4x$.

Снова число бабочек в команде кратно 4.

Значит в любом случае в каждой команде число $\vdots 4$. А это значит, что сумма всех бабочек тоже $\vdots 4$. А $2025 \not\vdots 4$. Значит общее число пойманых бабочек не могло равнятся 2025.

±

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 1.

Я считаю, что возможно такое, что 7 гномов могут получит призы, что количество призов у гномов попарно различные числа, и в сумме дают 29.

Чтобы это доказать, я приведу пример.

Первый гном получил 1 приз.

Второй 2 приза.

Третий 3 приза

Четвёртый 4 приза

Пятый 5 призов

Шестой 6 призов

Седьмой 8 призов.

У всех гномов разное количество призов.

$1+2+3+4+5+6+8=29$

В сумме эти цифры дают 29. Значит такое возможно.

Я думаю, что составляющие задачу забыли приписать условие, что каждый гном получил меньше 8 призов. В таком случае если мы возьмём самый большой вариант ($1+2+3+4+5+6+7$), то в сумме будет 28. А поскольку ~~до~~ 1 девать некуда, то она прибавляется либо к 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Тогда два гнома получат поровну призов. С этим условием я согласна. Но в задаче нет его, поэтому вариант, который я предложила вначале подходит.

+

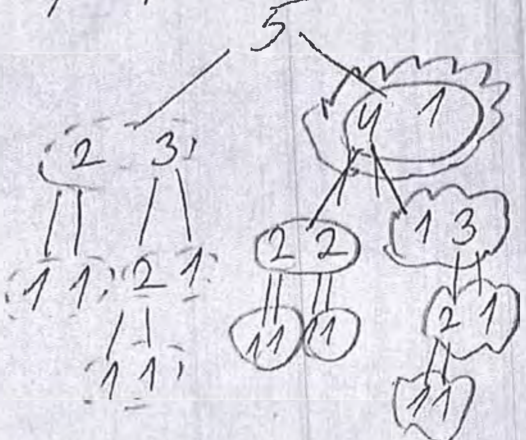
ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2

Если общее колличество ходов нечётное, то побеждает Петя.

Если общее колличество ходов чётное, то побеждает Гриша.

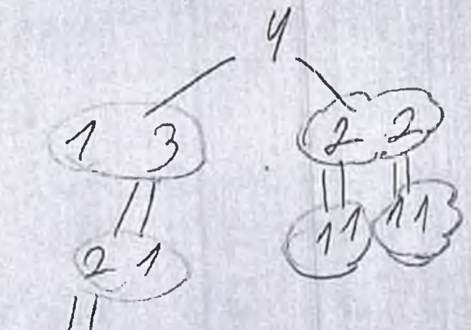
Рассмотрим разложение нечётного числа.



В любом порядке для нечётного числа требуется чётное колличество ходов.

+

Рассмотрим разложение чётного числа.



В любом порядке для ~~нечётного числа~~ чётного числа требуется нечётное колличество ходов.

У нас 2 нечётных и 3 чётных чисел.

чёт. + чёт. + нечёт. + нечёт. + нечёт. = нечёт.

Получим, что всего будет нечётное колличество ходов.

Поэтому побеждает петух Петя.

Ответ: побеждает Петя.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

МЭИ

Место проведения

VF 38-17

шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17991

ФАМИЛИЯ Докучаева

ИМЯ Ольга

ОТЧЕСТВО Вячеславовна

Дата рождения 18.09.2008

Класс: 9

Предмет Математика

Этап: Заключительный

Работа выполнена на 4 **листах**

Дата выполнения работы: 10.03.24
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Докуч

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UF38-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 5

$ax^3+bx^2+cx+d=0 \quad (a\neq 0)$

По условию:

$$\begin{cases} b=2024a \\ c=2024b \\ d=2024c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2024a \\ c=2024\cdot\overbrace{(2024a)}^{b} \\ d=2024\cdot\underbrace{(2024\cdot(2024a))}_{c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2024a \\ c=2024^2a \\ d=2024^3a \end{cases}$$

Подставим получившиеся значения в уравнение:

$ax^3+(2024a)x^2+(2024^2a)x+2024^3a=0$

Сократим на a ($a\neq 0$ по условию):

$x^3+2024x^2+2024^2x+2024^3=0$

$x^2(x+2024)+2024^2(x+2024)=0$

$(x^2+2024^2)(x+2024)=0$

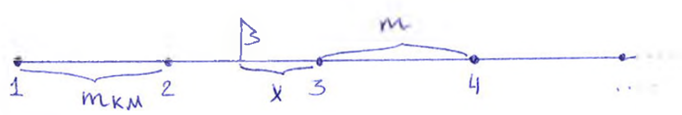
$$\left[\begin{array}{l} x^2+2024^2=0 \\ x+2024=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=-2024^2 \\ x=-2024 \end{array}\right.$$

$\rightarrow$ квадрат числа всегда неотрицательный. Значит $x^2\neq -2024^2 \Rightarrow$ Такого не может быть

Знаит, корнем уравнения будет $x=-2024$.

Ответ: $x=-2024$

Задача 1

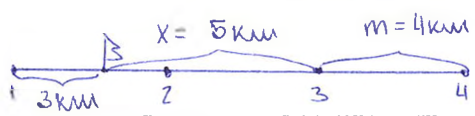


От центрального поста до 1-ой станции - 3км; до 3-ей - 5км; до 4-ой - 9км

Предположим, что центральной пост находится где-то на линии электропередачи (он располагается перед третьей подстанцией, т.к. до 1-ой ему меньше, чем до 3-ей), где флажок

Тогда до 3-ей станции от центрального поста $x=5$км, до 4-ой станции $x+m=9$км $\Rightarrow$ $m=x+m-x=4$км

4км < 5км $\Rightarrow$ центральный пост ~~[illegible]~~ должен располагаться:



Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UF38-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Тогда расстояние между центральным постом и второй подстанцией:

$x - m = 5км - 4км = 1км$.

Действительно, расстояние до 1-ой подстанции + расстояние до 2-ой подстанции = $3км + 1км = 4км$ =>

линия электропередачи проходит через центральный пост, и расстояние от центрального поста до второй подстанции равно 1км.

Ответ: можно определить; расстояние равно 1км. +

Задача 2

В каждом куске должны располагаться хотя бы 1 пропуска. |=>

$4 \cdot 2 < 10$ => всегда хотя бы в одном куске будет 2 пропуска.

Нужно распределить (найти количество вариантов сколькими способами это можно сделать) 6 пропусков ($10 - 4 = 6$).

1) Когда все 6 в одном куске -> 4 варианта ({6000}, {0600}, {0060}, {0006})
2) Когда 5 в одном и 1 в другом куске => $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ способов
(5100, 5010, 5001, 1500, 0510, 0501, 1050, 0150, 0051, 1005, 0105, 0015)
3) Аналогично, когда 2 куску 4 в одном и 2 в другом -> 12 способов
4) Когда 4 в одном, 1 в другом и 1 в другом -> 12 способов $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ способов
5) Когда 3 в одном и 3 в другом -> 6 способов ($\frac{\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2}}{2} = 6$ способов)
6) Когда 3 в одном, 1 в другом, 1 в другом и 1 в другом) => 4 способа
7) Когда 3 в одном, 2 в другом, 1 в другом -> $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ способа

Всего способов:

$4 + 12 + 12 + 12 + 6 + 4 + 24 = 74$

Ответ: 74.

∓

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 4

$A = \overline{1abcde}$

$B = \overline{abcde1} = A \cdot x$

$A = 100000 + 10000a + 1000b + 100c + 10d + e$

$B = 100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1 = Ax$ $|\ominus$

$100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + 1 - 100000 - 10000a - 1000b - 100c - 10d - e = B - A = A(x-1)$

$9 \cdot 10000a + 9 \cdot 1000b + 9 \cdot 100c + 9 \cdot 10d + 9e + 1 - 100000 = A(x-1)$

$9 \cdot 10000a + 9 \cdot 1000b + 9 \cdot 100c + 9 \cdot 10d + 9e + 1 - 100000 + 9 \cdot 100000 - 9 \cdot 100000 = A(x-1)$

$9(100000 + 10000a + 1000b + 100c + 10d + e) + 1 - 1000000 = A(x-1)$

$9A + 1 - 1000000 = A(x-1)$

$9A - A(x-1) = 999999$

$A(10-x) = 999999$

Чем больше число A, тем больше число B.

Число A начинается на 1, значит $(10-x)$ не меньше 5 (т.к. $999999 : 4 = 2\ldots$). Число 999999 из чисел 5, 6, 7, 8, 9 делится на 7 и 9.

A - должно быть наибольшее возможное и $B > A \Rightarrow$

$(10-x) = 7$, т.к. чем меньше $(10-x)$, тем больше $A \Rightarrow$

$A = \frac{999999}{7} = 142857$

Ответ: 142857

+

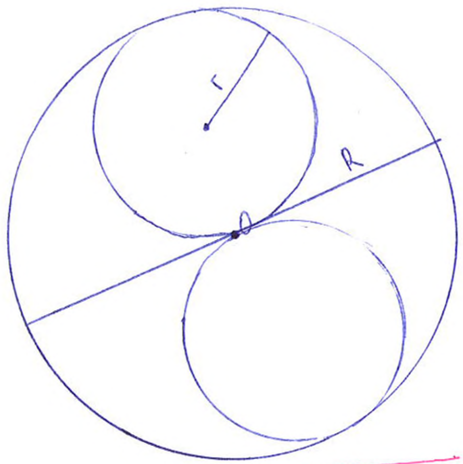
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17991

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ UF38-17

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Задача 3.



Так как окружности касаются радиусов-сторон сектора, то их радиус не превышает $\frac{1}{2}R$ =>

Радиус меньшей окружности $\leq \frac{1}{2}R$ =>

Наименьшее отношение, когда r наибольший.

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{1}{2}R}{R} = \frac{1}{2}$$

неверно

рисунок неверно описывает ситуацию

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Уфа	МР69-44
Место проведения	шифр

← **Не заполнять**
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17551

ФАМИЛИЯ Евгеньев

ИМЯ Савелий

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 25.08.2012 **Класс:** 5

Предмет математика **Этап:** заключительная

Работа выполнена на 1 **листах** **Дата выполнения работы:** 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: Евгеньев

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, этапа Олимпиады, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17551

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ МР69-44

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1. Если 1-ому гному дали 1 награду, 2-ому — 2, 3-ему — 3 и т.д.. По 7-ому 7 наград дали, а в сумме у всех 28. Если дать последнюю награду 1-ому, он сравняется со 2-ым; если 2-ому — то с 3-им.

± только часть сделать

№2 Чтобы нельзя было разложить 1 кучку на две, должно остаться 52 кучки по одному зёрнышку. Изначально кучек 5, Петя своим ходом добавляет 1 кучку, кучек станет 6, Гриша, в свою очередь сделает 7-ую кучку и т.д. 52 кучку сделает Петя и победит в этой игре.

±

Нет ли других стратегий?

№3. Пусть x бабочек (для первого случая) — поймали фей, тогда 3x — эльфы. Пусть x бабочек (для второго случая) — поймали эльфы, тогда 3x — феи. n — неизвестный множитель.

+

$(x+3x)\cdot n$ не равно 2025 т.к. 2025 бабочек быть не может, ведь 2025 не делится нацело на 4.

№4. Если у Колюмяка правдива 2-я половина, то Хрюкозанец поэт, Чупобрюх танцует, Землянин рисует, но тогда Мармогулей не дрессировщик, а Колюмяк танцует, но танцует уже Чупобрюх. Следовательно у Колюмяка правдива 1-я половина, тогда Колюмяк рисует, Чупобрюх пишет стихи, Землянин поэт, Хрюкозанец танцует, а Мармогулей дрессировщик.

+

№5 В слове сом сумма цифр — 21, а в слове мат — 26, значит т = 5. В слове сто сумма цифр — 17, а в слове стол — 23, значит л = 6. В слове сто сумма цифр — 17, а в слове мат — 26, значит м = 9. С + О = 12. Т.к. С может быть любой цифрой от 0 до 4, но буква о не может быть больше 9. Если о = 9, то с = 3; если о = 8, то с = 4, но о не может быть девяткой, ведь м = 9, значит о = 8, тогда

МОЛОТ = 98685.

+

Лист 01 из 01

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

	Дистанционно, с использованием ВКС
№ группы	Место проведения

ZA 56-58

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 171111

ФАМИЛИЯ Евграфов

ИМЯ Артём

ОТЧЕСТВО Андреевич

Дата рождения 04.10.2006 Класс: 11

Предмет Математика Этап: заключительный

Работа выполнена на 07 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024 (число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA56-58

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 56-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

Всего способов распределить 4 голодных дня: C_{10}^{4}. Найдём число способов распределить дни так, чтобы было 3 голодных и 4 голодных подряд (обычные дни однозначно заполняются):

1) Только 3 подряд:

I ↓ выбрали 3г. V VII

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

II IV VI VIII

I – имеется 6 в. для 4-ого г. дня (5-10 место)

II – имеется 5 в для 4-ого г. дня (6-10)

III – есть 5 в. (1 место и 7-10)

III – есть 5 в (1-2 и 8-10)

V, VI, VII – 5 в.

VIII – 6 в. (1-6 места)

Итого: $6+5+5+5+3\cdot5+6 = 12+30=42$ – вариантов для 3-х дней подряд.

II

1 2 3 4 5

Здесь обозначает то, что выбрали 2, 3, 4 голодные дни, что соотв. 2-ому случаю (II)

2) 4 подряд:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Имеется 7 в. для расположения 4-х дней подряд.

Итого: $42+7=49$ в распределить 4 голодных дня так, что будет 3 или 4 дня подряд.

Итого способов, что 3 или 4 дней подряд не будет:

$$C_{10}^{4}-49=\frac{10!}{6!\,4!}-49=\frac{7\cdot8\cdot9\cdot10}{2\cdot3\cdot4}-49=210-49=161.$$

Ответ: 161

№3

Пусть $A=\overline{a_1a_2a_3\ldots a_{n-1}a_n3}$, $B=\overline{3a_1a_2a_3\ldots a_{n-1}a_n}$. Переберём вручную и убедимся, что при $n\le 2$ решений нет ($99\cdot 7=693$ единств. при $n=2$ оканчивается на 3 и $\vdots 99$, не подходит, при $n=1$ рем тоже).

$B-A=27$, ~~но~~ вычтем в столбик (поразрядно):

$$\begin{array}{r} -\;3a_1a_2a_3\ldots a_{n-2}\,a_{n-1}\,a_n \\ a_1a_2a_3a_4\ldots a_{n-1}\,a_n\,3 \\ \hline 0\,0\,0\,0\ldots 0\;\;2\,7 \end{array}$$

$\overline{a_{n-1}a_n}-\overline{a_n3}=27$

$10a_{n-1}+a_n-10a_n-3=27$

$\underset{\vdots 10}{10a_{n-1}}-9a_n=\underset{\vdots 10}{30}$

Значит $9a_n\vdots 10$, тогда $a_n=0$ (a_i – цифра), тогда $a_{n-1}=3$.

$$\begin{array}{r} 3a_1a_2\ldots a_{n-2}\,3\,0 \\ -\,a_1a_2a_3\ldots\;\;3\,0\,3 \\ \hline 0\,0\,0\;\ldots 0\,2\,7. \end{array}$$

Т.к. при вычитании предпоследних цифр не было перехода через разряд, то $a_{n-2}=3$, далее $a_{n-3}-a_{n-2}=0$, перехода через разряда нет, $a_{n-3}=3$, далее аналогично ввиду того, что нет перехода через разряд и разность 0: $a_1=a_2=a_3=\ldots=a_{n-1}=3$, $a_n=0$.

$A=\underbrace{\overline{3333\ldots\cancel{3}}}_{n-1\text{ троек}}\overline{03}$ ~~(n+1) троек~~ n троек

$B=\underbrace{\overline{3333\ldots330}}_{n\text{ троек}}$

$\sqrt{3}$ (продолжение)

Т.к. $A \vdots 99 = 9 \cdot 11$, то по признаку делимости на 9 $K \vdots 3$ (K - число троек). По признаку делимости на 11 знакочередующаяся сумма цифр (начиная с „+") $\vdots\ 11$, т.е.:

$+3-3+3-3+\ldots \pm 3 \mp 3 \vdots 11$.

Если K - нечётно, то всего было чётное количество троек до „0", значит их сумма 0, а $0 \pm 3 \not\vdots\ 11$.

Если K - чётно, то после суммирования троек до „0" остается одна $+3$, итого:

$3 - 0 + 3 \not\vdots\ 11$ (какие бы знаки ни были, сумма всё равно не будет $\vdots\ 11$).

Ответ: $\varnothing$

+

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$.

Пусть $a_n = b_1$, тогда $a_{n-1} = b_1 \cdot q$, $a_{n-2} = b_1 q^2, \ldots,$ $a_1 = b_1 q^{n-1}$; $a_0 = b_1 q^n$.

$P_n(x) = b_1 x^n + b_1 \cdot q \cdot x^{n-1} + b_1 q^2 x^{n-2} + \ldots + b_1 q^{n-1} x + b_1 q^n$.

Рассмотрим многочлен $G(x) = 2x^{2025} + 4x^{2024} + 8x^{2023} + \ldots + 2^{2025}x + 2^{2026}$. Коэффициенты образуют геом. прогрессию, в которой $b_1 = 2$, $q = 2$, $n = 2026$

$2x^{2025} + 4x^{2024} + \ldots + 2^{2025}x + 2^{2026} = 0 \,|: 2^{2026}$

$\left(\frac{x}{2}\right)^{2025} + \left(\frac{x}{2}\right)^{2024} + \ldots + \left(\frac{x}{2}\right)^1 + 1 = 0$ — сумма геом. прогрессии с первым членом 1, знам. $\frac{x}{2}$ и 2026 членами.

по формуле суммы геом. прогр.

$\frac{1 \cdot \left(\left(\frac{x}{2}\right)^{2026} - 1\right)}{\frac{x}{2} - 1} = 0$. $\frac{x}{2} = 1$; $x = 2$ — не является корнем (проверим, подставив).

$\left(\frac{x}{2}\right)^{2026} = 1$; $x = -2$ — единственный корень.

$G(x)$ — пример на условие задачи.

Т.к $n > 2024$, $\deg G(x) = 2025$ — минимально возможное n, удовл. условию.

$b_1 \neq 0$, иначе $a_n x^n = 0$.

Пусть $P_n(x_0) = 0$, тогда:

$b_1 x_0^n + b_1 q x_0^{n-1} + \ldots + b_1 q^{n-1} x_0 + b_1 q^n = 0 \,|: b_1 q^n \neq 0$.

$\left(\frac{x_0}{q}\right)^n + \left(\frac{x_0}{q}\right)^{n-1} + \ldots + \left(\frac{x_0}{q}\right)^1 + 1 = 0$.

$\frac{\left(\frac{x_0}{q}\right)^{n+1} - 1}{\frac{x_0}{q} - 1} = 0$. $x_0 = q$ не является решением, т.к тогда $\left(\frac{x}{q}\right)^1 = 1$ и сумма > 0.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 2А 56-58

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

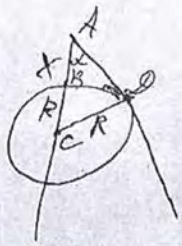
№5 (продолжение)

$\left(\frac{x_0}{a}\right)^{n+1}=1$. Если n нечётно, то $x_0=-a$ — единств. решение.

Если n — чётное число, то решением являются $x_0=a$, однако тогда $\frac{x_0}{a}-1=0$ — знаменатель обращается в 0.

Ответ: $n=2025$; $-a$.

№4



Рассмотрим малую окружность. Очевидно, что она ближе к вершине. Пусть расстояние от её центра до вершины угла — $R+x$ (R — радиус окр.), $AB=x$. По т. о сек. и кас.:

$x(x+R)=AD^2$. $\angle CAD=\alpha$, $\cos\alpha=\frac{AD}{x+R}$,

$AD=(x+R)\cos\alpha$.

$x(x+R)=(x+R)^2\cos^2\alpha$.

$x=\cos^2\alpha\,(x+R)$.

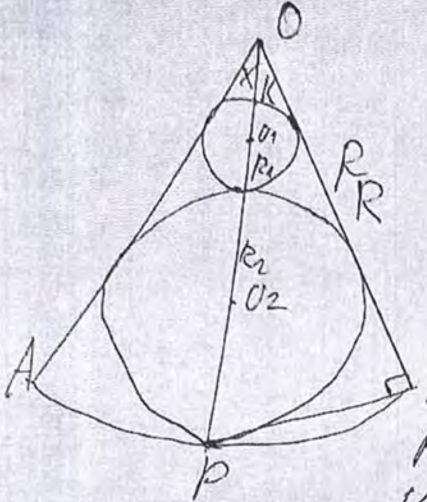
$\frac{x}{x+R}=\cos^2\alpha$; $\frac{x+R}{x}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$;

$\frac{R}{x}=\frac{1}{\cos^2\alpha}-1$; $\frac{R}{x}=\frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}=tg^2\alpha$; $x=R\cdot ctg^2\alpha$ —

$\frac{x}{R}=\frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$; $x=R\cdot\frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha}$. Пусть $f(x)=\frac{x^2}{1-x^2}$ — возрастающая ф-ция на обл. опр. (при $x\neq 1$). Т.к. R — const, то при увеличении $\cos\alpha$ x увеличивается, при уменьшении $\cos\alpha$ — x уменьшается.

ZA56-58

№4 (продолжение).



~~Т.к. требуется max~~

Пусть R_1 и R_2 – радиусы окр. с центрами в O_1 и O_2, O_1 и $O_2 \in OP$ – бисс. угла сектора, т.к. окр. вписс. в $\angle AOB$ ($AO=OB=R$). R_1+R_2 – расстояние между центрами, $OK = X$,

~~пусть~~ $OP = 2R_1+2R_2+X$. Тогда искомая доля: $\frac{R_1+R_2}{2(R_1+R_2)+X} \to max$, тогда $X \to min$, а значит $\cos\angle KOB \to min$. Т.к. $\angle AOB = \alpha \le 90°$, то $\angle KOB = \frac{1}{2}\alpha \le 45°$, тогда для ~~максимизации~~ минимизации X: $\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ при ~~α~~ $\frac{\alpha}{2} = 45° = \angle KOB$.

почему?

$$X = R\cdot\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = R\,\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\cdot R$$

$$X = R\cdot\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}.$$ Т.к. OP – бисс, то $AP \perp AO$, $BP \perp OB$, P – сер $\cup AB$, значит

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{OB}{OP} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{OB};\ \frac{2R}{OP} = \sqrt{2};\ OP = \frac{2R}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}R.$$

$$OP = \frac{OB}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{2OB}{\sqrt{2}} = OB\cdot\sqrt{2} = R\sqrt{2} = (X+2(R_1+R_2)).$$

Тогда $$R_1+R_2 = \frac{R\sqrt{2}-X}{2} = \frac{R\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}R}{2}$$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

$$\cancel{R_1+R_2=\frac{R\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}R}{2}}$$

$$\cancel{\frac{R_1+R_2}{2(R_1+R_2)+X}=\frac{R\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}R}{2}\cdot\frac{1}{R\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}R+R\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}=}$$

$$\cancel{=\frac{R\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}\right)}{2\cdot\sqrt{2}\cdot R}=\frac{\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}}=}$$

$$\cancel{=\frac{2\sqrt{2}-2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{2}-2}{}}$$

$$X=R\cdot\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=R,\ \frac{\alpha}{2}=45^\circ,\ \alpha=90^\circ.$$

Т.к. OP-бисс, то $BP\perp OB$, P-сер. AB, значит $\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{OB}{OP}$, $OP=\frac{OB}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{2OB}{\sqrt{2}}=$
$=\sqrt{2}\,OB=\sqrt{2}R=(X+2(R_1+R_2))$.

$$R_1+R_2=\frac{\sqrt{2}R-X}{2}=\frac{\sqrt{2}R-R}{2}.$$

$$\frac{R_1+R_2}{2(R_1+R_2)+X}=\frac{\sqrt{2}R-R}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}R-R+R}=\frac{\sqrt{2}R-R}{2\sqrt{2}R}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}}$ при $\alpha=90^\circ$

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M10F03	ДИСТАНЦИОННО, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВКС
№ группы	Место проведения

0J39-48

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17101

ФАМИЛИЯ ЕФРЕМОВ

ИМЯ ВЯЧЕСЛАВ

ОТЧЕСТВО АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 10.05.2007 Класс: 10

Предмет МАТЕМАТИКА Этап: ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады: ЕВ

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

OJ39-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

1) 2023 значным может быть, например.

$$A = \underbrace{222\ldots2}_{2021\text{ раз}}02$$

$$A+18 = \underbrace{222\ldots2}_{2021\text{ раз}}20$$

Число $A = \underbrace{222\ldots2}_{2021\text{ раз}}02$ подходит под условия, т.к.

~~т.к. A+18~~ Сумма цифр равна $2022 \cdot 2 = 4044$

$4044 \vdots 3$

и число A - чётное. Привели пример числа A.

2) Число A не может быть четырёхзначным.

Пусть такое A существует, тогда

$$\begin{array}{r} + d_1 d_2 d_3 \ldots d_{2022} d_{2023} 2 \\ 1\ 8 \\ \hline 2 d_1 d_2 \ldots d_{2022} d_{2023} \end{array}$$

$d_{2023} = 0$

$d_{2022} = 2$

$d_{2021} \ldots d_1 = 2$

Значит, $A = \underbrace{222\ldots22}_{2022\text{ раза}}02$, но тогда $A \vdots 2$ $A \vdots 3$, значит, $A \vdots 6$.

Ответ: A может быть 2023 значным, например, $A = \underbrace{222\ldots2}_{2021\text{ раз}}02$, но A не может быть ~~четн~~ 2024 значным.

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

1. Всего вариантов распределения 4 блюд на 7 дней

$C_7^4 = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} = 7\cdot5 = 35$ вариантов

2. Посчитаем количество неподходящих вариантов:

Среди 7 дней будет 4 дня с приёмом пищи и 3 дня без него. Чтобы перерывы между блюдами составляли не более двух дней, достаточно, чтобы 3 дня без блюд не шли подряд посередине недели.

Знацит, исключаем такие варианты:

	пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
1)	V	X	X	X	V	V	V
2)	V	V	X	X	X	V	V
3)	V	V	V	X	X	X	V

X - день без пищи,
V - день с пищей.

3. 35 - 3 = 32 способа.

Ответ: 32.

+

№4

$P_n(x) = a_n\cdot x^n + a_{n-1}\cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0.$

Т.к. $\{a_n\}$ образует геометрическую прогрессию в заданном порядке, то $a_{n-1} = a_n\cdot q$

$a_{n-2} = a_n\cdot q^2$

$a_1 = a_n\cdot q^{n-1}$, $q<0$

$a_0 = a_n\cdot q^n$

$P_n(x) = a_n x^n + a_n q\cdot x^{n-1} + \ldots + a_n q^{n-1}\cdot x + a_n\cdot q^n$

$a_n\cdot x^n + a_n\cdot q\cdot x^{n-1} + \ldots + a_n\cdot q^{n-1}\cdot x + a_n\cdot q^n =$

$= a_n\cdot q^n\left(\frac{x^n}{q^n} + \frac{x^{n-1}}{q^{n-1}} + \ldots + \frac{x}{q} + 1\right) = a_n\cdot q^n\left(\left(\frac{x}{q}\right)^n + \left(\frac{x}{q}\right)^{n-1} + \ldots +\right.$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: ________ ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ ⇒ 0)39-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~$+\left(\frac{x}{q}\right)^1+1)=d_n\cdot q^n\cdot 1\ \frac{1-\left(\frac{x}{q}\right)^{n+1}}{1-\frac{x}{q}}=d_n\cdot q^n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{q^{n+1}}:\frac{q-x}{q}$~~

~~$+\left(\frac{x}{q}\right)^1+1)=d_n\cdot q^n\cdot 1\cdot 1$~~

$$+\left(\frac{x}{q}\right)^1+1)=d_n\cdot q^n\cdot 1\cdot\frac{1-\left(\frac{x}{q}\right)^{n+1}}{1-\frac{x}{q}}=d_n\cdot q^n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{q^{n+1}}:\frac{q-x}{q}=$$

$$=d_n\cdot q^n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{(q-x)\cdot q^n}=d_n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{q-x}$$

$$P_n(x)=d_n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{q-x}$$

$$P_n(x)=0\Leftrightarrow d_n\cdot\frac{q^{n+1}-x^{n+1}}{q-x}=0\Leftrightarrow\begin{cases}q^{n+1}-x^{n+1}=0\\ q\neq x\end{cases}$$

$$\begin{cases}q^{n+1}=x^{n+1}\ (1)\\ q\neq x\end{cases}$$

1) $q^{n+1}=x^{n+1}$

Т.к. n-нечётное, то $(n+1)\,\vdots\,2$

$$\left[\begin{array}{l}q=x\\ q=-x\end{array}\right.$$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}q=x\\ q=-x\end{array}\right.\\ q\neq x\end{cases}\qquad q=-x\qquad x=-q$$

Значит уровнение имеет 1 корень $x=-q$, и он больше 0, т.к. $q<0$.

Ответ: а) Доказано; ~~б) q~~ б) 1 корень; $x=-q$.

+

0J39-48

№3

$\rho(C; d_1) = 6\sqrt{2} = \sqrt{72}$ км

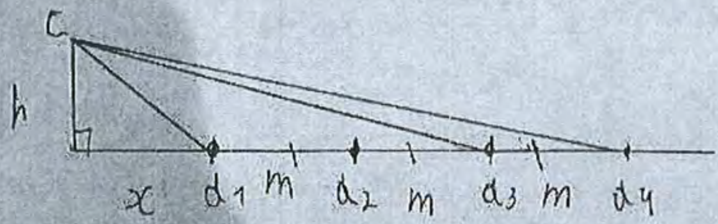
~~$\rho(C; d_3)$~~ $\rho(C; d_3) = 2\sqrt{34} = \sqrt{136}$ км

$\rho(C; d_4) = 6\sqrt{10} = \sqrt{360}$ км

Т.к. $\rho(C; d_1) < \rho(C; d_3)$, то центральная станция ближе к d_1, чем к d_3

+

I. способ. $m, x, h > 0$ ~~по смыслу~~



По теореме Пифагора

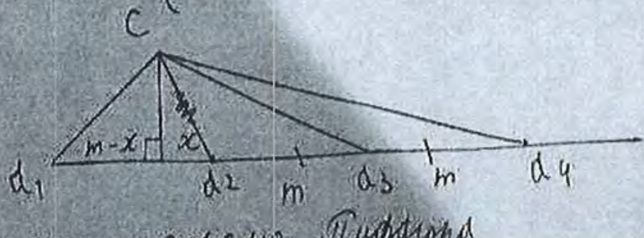
$$\begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ h^2 + (x+2m)^2 = 136 \\ h^2 + (x+3m)^2 = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ h^2 + x^2 + 4mx + 4m^2 = 136 \\ h^2 + x^2 + 6mx + 9m^2 = 360 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ 4m^2 + 4mx = 64 \\ 5m^2 + 2mx = 224 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ mx = 16 - m^2 \\ 5m^2 + 32 - 2m^2 = 224 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ mx = 16 - m^2 \\ m^2 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 72 \\ mx = -48 \\ m^2 = 64 \end{cases}$$

Решений нет, т.к. $m > 0$, $x > 0$ по смыслу задачи.

II способ.



~~По т~~ Запишем по теореме Пифагора

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

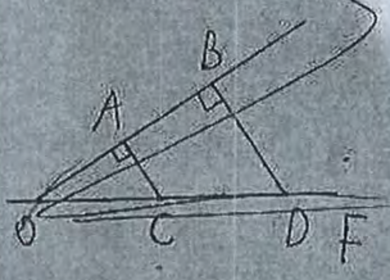
$$\begin{cases} h^2+(m-x)^2=72 \\ h^2+(m+x)^2=136 \\ h^2+(2m+x)^2=360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h^2+m^2+x^2-2mx=72 \\ h^2+m^2+x^2+2mx=136 \\ h^2+4m^2+x^2+4mx=360 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4mx=64 \\ m^2=64 \\ h^2+m^2+x^2-2mx=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx=16 \\ m=8 \\ h^2+64+x^2-32=72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ m=8 \\ h^2=36 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h=6 \\ x=2 \\ m=8 \end{cases},$$ значит, $h=6$км, $x=2$км, $m=8$км.

Ответ: 1) ~~Точка~~ на линии, ~~ближ~~ ближайшая к центральному посту находится на расстоянии ~~m−x=6км~~ $m-x=6$км от первой подстанции; 2) расстояние от поста до линии равно $h=6$км; $m=8$км

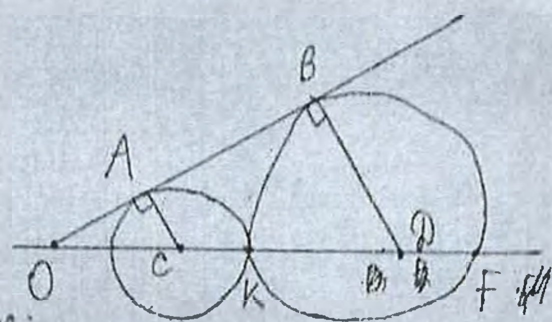
№2.



0J39-48

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

N 1



Решение:

Пусть $\angle AOC = \beta$, $AC = x$, $BD = y$

1) $\triangle AOC$, $\frac{AC}{OC} = \sin\beta$, $OC = \frac{AC}{\sin\beta} = \frac{x}{\sin\beta}$

2) $\triangle BOD$, $\frac{BD}{OD} = \sin\beta$, $OD = \frac{BD}{\sin\beta} = \frac{y}{\sin\beta}$

~~3) OD = OC + CK + KD~~

3) $OD = OC + CK + KD$

$$\frac{y}{\sin\beta} = \frac{x}{\sin\beta} + x + y$$

$$y\left(\frac{1}{\sin\beta} - 1\right) = x\left(\frac{1}{\sin\beta} + 1\right)$$

$$y = x \cdot \frac{1+\sin\beta}{\sin\beta} : \frac{1-\sin\beta}{\sin\beta}$$

$$y = x \cdot \frac{1+\sin\beta}{1-\sin\beta}$$

4) $OF = OC + CK + KD + DF = \frac{x}{\sin\beta} + x + 2y =$

$$= \frac{x}{\sin\beta} + x + 2x\cdot\frac{1+\sin\beta}{1-\sin\beta} = x\cdot\left(\frac{1}{\sin\beta} + 1 + 2\,\frac{\sin\beta+1}{1-\sin\beta}\right) =$$

$$= x\cdot\frac{1-\sin\beta+\sin\beta-\sin^2\beta+2\sin\beta+2\sin^2\beta}{\sin\beta(1-\sin\beta)} =$$

$$= x\cdot\frac{1+\sin^2\beta+2\sin\beta}{\sin\beta(1-\sin\beta)} = x\cdot\frac{(1+\sin\beta)^2}{\sin\beta(1-\sin\beta)}$$

$$5)\ \frac{x}{R} = x : \left(x\cdot\frac{(1+\sin\beta)^2}{\sin\beta(1-\sin\beta)}\right) = \frac{\sin\beta(1-\sin\beta)}{(1+\sin^2\beta)^2}.$$

Пусть $t = \sin\beta$

$$f(t) = \frac{t(1-t)}{(1+t)^2} = \frac{t-t^2}{t^2+2t+1}$$

$$f'(t) = \frac{(1-2t)(t+1)^2-(t-t^2)(2t+2)}{(t+1)^4} =$$

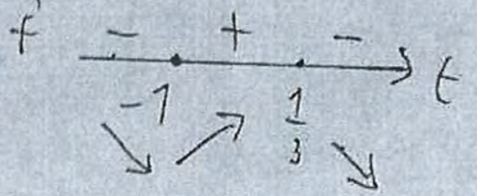
$$= \frac{(1-2t)(t+1)-(2t-2t^2)(t+1)}{(t+1)^4} =$$

$$\cancel{= \frac{(1-2t)(t+1)-(2t+2t^2)(t+1)}{(t+1)^4}}$$

$$= \frac{(1-2t)(t+1)-2t+2t^2}{(t+1)^4} = \frac{t-2t^2+1-2t-2t+2t^2}{(t+1)^4} =$$

$$= \frac{1-3t}{(t+1)^4}$$

Хотим найти наибольшее значение $f(t)$ на $[-1;1]$.



Наибольшее значение при $t=\frac{1}{3}$

$$f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}{\left(\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{1}{8}$$

При $\sin\beta=\frac{1}{3}$

$$\cos\beta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin\alpha=2\sin\beta\cdot\cos\beta=2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$$

Ответ: Наибольшее значение $\frac{1}{8}$ при ~~$\sin\alpha=\frac{4\sqrt{}}{}$~~

$\sin\alpha=\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

$\pm$

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

M11F02	Дистанционно с ВКС
№ группы	Место проведения

ZA 48-83

шифр

← Не заполнять
Заполняется ответственным работником

Вариант № 17111

ФАМИЛИЯ Журба

ИМЯ Максим

ОТЧЕСТВО Дмитриевич

Дата рождения 28.06.2006 Класс: 11

Предмет Математика Этап: Заключительный

Работа выполнена на 8 листах Дата выполнения работы: 10.03.2024
(число, месяц, год)

Подпись участника олимпиады:

Впишите свою фамилию имя и отчество печатными буквами, дату рождения, класс, название предмета, общее количество листов, на которых выполнена работа и дату выполнения работы.

ZA48-83

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111

ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 48-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№1

10 дней 4г 6о

— — — — — — — — — —

Чтобы не было ~~~~ более ~~~~ двух дней подряд голодных, необходимо из всех вариантов вычесть дни, в которых 3 или 4 подряд голодных дня. Таким образом, всего вариантов $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$. Дни, где 4 подряд голодных дня: 1) г г г г о о о о о о, 2) о г г г г о о о о о ...

... 7) о о о о о о г г г г 7 штук.

~~Дни~~ 3 дня подряд голодных: ~~г г г г о о о о о о~~

~~г г г о г о о о о о~~ 1) Когда первые 3 дня - голодные. Тогда есть 6 вариантов поставить еще 1 голодный день.

2) 2-ой, 3ий и 4-ой дни - голодные. Осталось 5 вар. для расстановки голодного дня (кроме 1 и 5 дня). 3) 3ий, 4-ой и 5-ой дни голодные. — — г г г — — — — — Также 5 мест для голодного дня.

Аналогично 4, 5 и 6-ой случаи, когда голодные дни: 4, 5 и 6; 5, 6, 7; и 6, 7 и 8. Тоже по 5 вариантов. 7) Голодные дни: 7, 8, 9. 5 мест для голодного дня И, наконец, 8) Голодные дни: 8, 9 и 10. 6 мест для голодного дня. Итого: $6 \cdot 2 + 5 \cdot 6 = 12 + 30 = 42$.

Значит, подходящих вариантов будет $210 - 7 - 42 = 161$

Ответ: 161

(+)

Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР. НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ ZA 48-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

~~[illegible]~~ №3 $\overline{X}$ - десят запись числа X

$A = \overline{X3}$ $\overline{3X} = 27 + \overline{X3}$ $A = ?$

$A : 99$

Пусть число X сост из n цифр. ~~[illegible]~~ тогда

~~$\overline{3X}$ =~~ $A = 10X + 3$

$\overline{3X} = X + 3\cdot 10^n = 10x + 3 + 27$ $10^n - 10 = \underbrace{999\ldots 990}_{n-1} \Rightarrow$

$3\cdot 10^n - 30 = 9x \Rightarrow$ ~~$9x$~~ $3x = 10^n - 10 \Rightarrow x = \underbrace{333\ldots 330}_{(n-1)\text{ штук}}$

$X\cdot 10 + 3 \;\vdots\; 99$

т.к. $x = \underbrace{333\ldots 330}_{n-1}$, то $10x + 3 =$ ~~[illegible]~~ $\underbrace{333\ldots 3303}_{n-1}$

Т.к. $\underbrace{333\ldots 3303}_{n-1}$ должно делиться на 99, то оно делится и на 9, и на 11. Но по признаку делимости на 11 знакочередующаяся сумма цифр ~~ч~~ числа делится на 11 $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ число делится на 11. Здесь такого не выполняется, т.к. эта знакочередующаяся сумма равна $-3+3-3 \ldots +3-3+0-3$ равна либо -6, либо -3. Поэтому такого числа не существует.

Ответ: не существует

+

Лист 02 из 08

ZA48-83

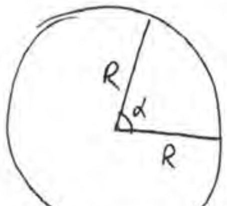
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

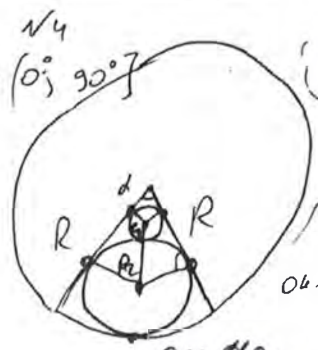
Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 2A 48-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№4

$\alpha \in (0°; 90°]$



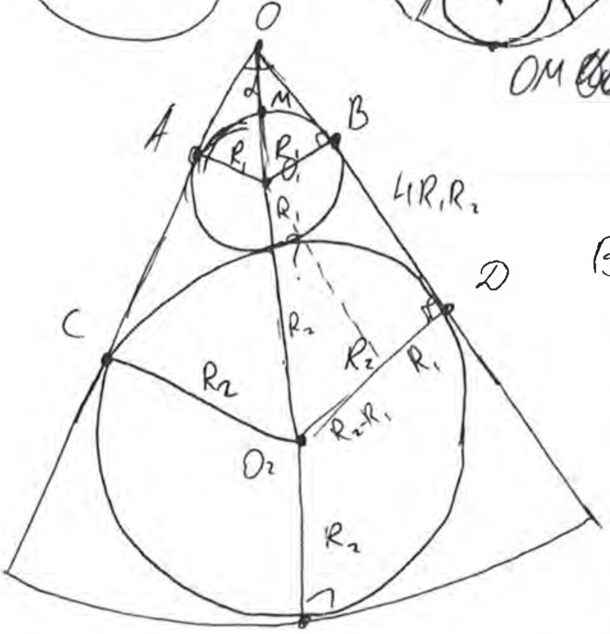


Пусть O_1 и O_2 - центры окр-тей.

Пусть $O_1O \cap AB = M$

$\frac{R_1+R_2}{R} = ?$ наиб.

Пусть радиус меньшей окр-ти равен R_1, большей - R_2



$OM = R - R_2 - R_2 - R_1 - R_1 = R - 2R_1 - 2R_2$

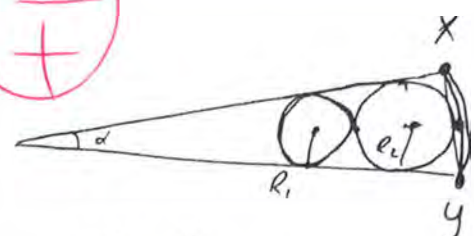
$BD = (R_1+R_2)^2 - (R_2-R_1)^2 =$

$= (R_1+R_2-R_2+R_1)(R_1+R_2+R_2-R_1) =$

$= 2R_1 \cdot 2R_2 = 4R_1R_2$

∓

Рассмотрим $\angle\alpha$, близкий к нулю:



Поскольку $\angle\alpha$ слишком мал, то отношение радиусов окружностей (маленьких) к радиусу R будет близко к $0 \Rightarrow \frac{R_1+R_2}{R} \approx 0$

Оно близко к нулю, потому что отрезок XY при малых α можно считать равным 0. Значит, при увеличении α будет увеличиваться. Если увеличивается α, то увеличивается радиус R_1 и R_2. Но т.к. R_1 зависит от R_2, а R_2 не зависит от R_1 и при увеличении R_2: R_1 уменьшается, то O_1 быстрее приближается к центру большой окр-ти. Поэтому чем больше угол, тем больше расстояние между O_1 и O_2 нет строгого обосн-я

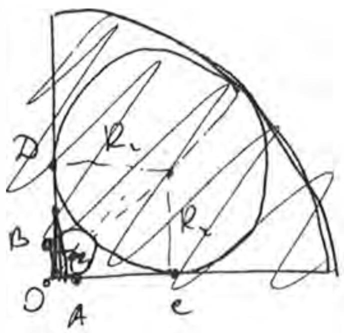
Лист 03 из 08

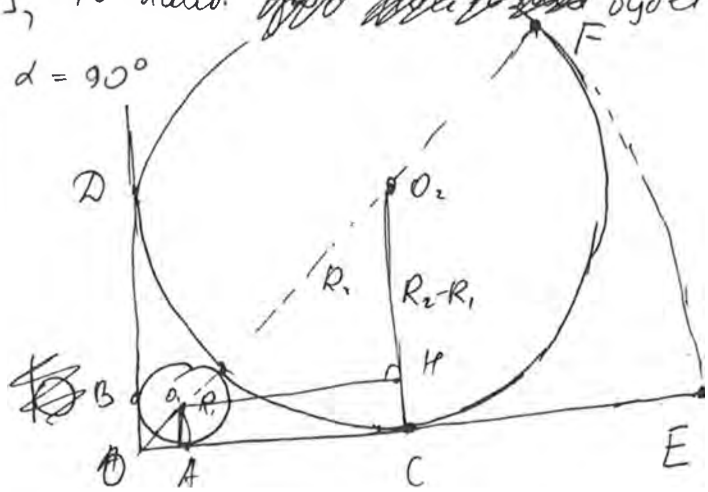
ZA48-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжение №4;

поскольку $\alpha \in (0°; 90°]$, то наиб. отношение будет при наиб угле, то есть $\alpha = 90°$





$OE = R$, $O_1O_2 = R_1 + R_2$

1) Т.к. $\alpha = 90°$, то $\angle O_2OE = \angle OR_1A = \angle O_2OD = 45° \Rightarrow$

$\Rightarrow AO = AO_1$, $CO = CO_2$, $AO = AO_1 = R_1$, $CO = CO_2 = R_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AC = OC - OA = R_2 - R_1$

2) Провед. $R_1H \perp O_2C$. Тогда $AC = O_1H = (R_1+R_2)^2 - (R_1-R_2)^2 = 4R_1R_2$

$R_2 - R_1 = 4R_1R_2$ 3) $\overset{R}{\overset{\shortparallel}{OE}} = OF = OO_1 + O_1O_2 + O_2F = \sqrt{2}R_1 + R_1 + R_2 + R_2 =$

$= (\sqrt{2}+1)R_1 + 2R_2$

$O_1H = O_2H \Rightarrow 2O_1H^2 = O_1O_2^2$

$\Rightarrow 2(R_2 - R_1)^2 = (R_1+R_2)^2$ $2R_1^2 + 2R_2^2 - 4R_1R_2 = R_1^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow R_1^2 + R_2^2 = 6R_1R_2$ $\Rightarrow \frac{R_1^2}{R_2^2} - 6\frac{R_1}{R_2} + 1 = 0$

$t^2 - 6t + 1 = 0$

$t = 3 \pm \sqrt{9-1} = 3 \pm 2\sqrt{2}$

$t = 3 \pm 2\sqrt{2}$,

$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолжение №4:

1) $\frac{R_1}{R_2} = 3+2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{O_1O_2}{OE} = \frac{R_1+R_2}{(\sqrt{2}+1)R_1+2R_2} = \frac{R_2+(3+2\sqrt{2})R_2}{(\sqrt{2}+1)(3+2\sqrt{2})R_2+2R_2}$

$= \frac{(2\sqrt{2}+4)R_2}{(3\sqrt{2}+4+3+2\sqrt{2}+2)R_2} = \frac{2\sqrt{2}+4}{5\sqrt{2}+9}$

~~Ответ: $\frac{2\sqrt{2}+4}{5\sqrt{2}+9}$~~

2) $\frac{R_1}{R_2} = 3-2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{O_1O_2}{OE} = \frac{R_2+(3-2\sqrt{2})R_2}{(\sqrt{2}+1)(3-2\sqrt{2})R_2+2R_2} =$

$\frac{(4-2\sqrt{2})R_2}{(3\sqrt{2}-4+3-2\sqrt{2}+2)R_2} = \frac{4-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)(4-2\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} =$

$= 4\sqrt{2}-4-4+2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}-8$

$6\sqrt{2}-8$ или $\frac{2\sqrt{2}+4}{5\sqrt{2}+9}$

$(6\sqrt{2}-8)(5\sqrt{2}+9)$ или $2\sqrt{2}+4$

$30\cdot 2 - 40\sqrt{2} + 54\sqrt{2} - 72$ или $2\sqrt{2}+4$

$54\sqrt{2}-40\sqrt{2}-2\sqrt{2}$ или $4+72-60$

$12\sqrt{2}$ или 16

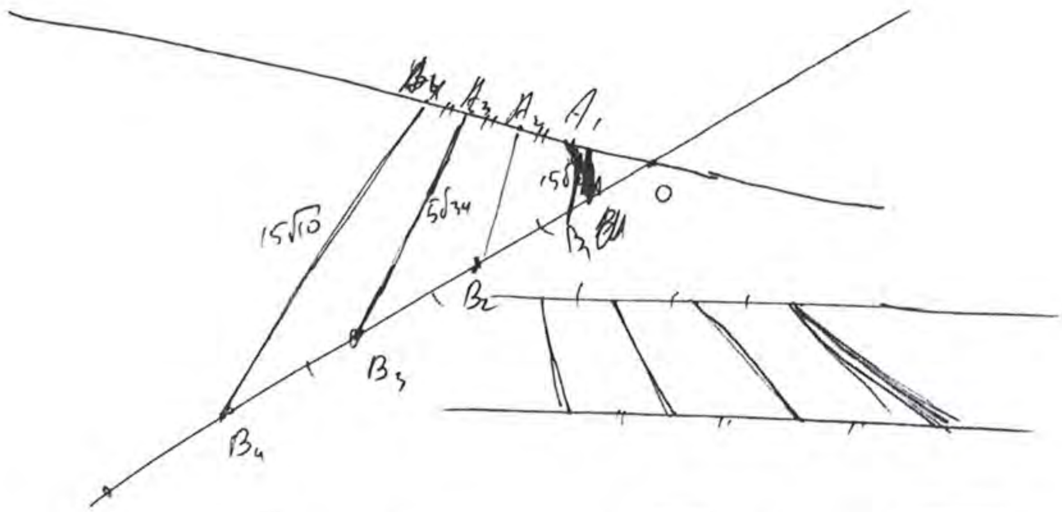
$\sqrt{288}$ или $\sqrt{256}$ $\Rightarrow 6\sqrt{2}-8 > \frac{2\sqrt{2}+4}{5\sqrt{2}+9}$.

$>$

Ответ: $6\sqrt{2}-8$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№ 2



$A_1B_1 = 15\sqrt{2} = \sqrt{450}$, $A_3B_3 = 5\sqrt{34} = \sqrt{850}$, $A_4B_4 = \sqrt{2250}$

Если бы $A \parallel B$, то числа $(A_1B_1)^2$, $(A_2B_2)^2$, $(A_3B_3)^2$ и $(A_4B_4)^2$??

образовывали бы арифм. прогрессию, т.к. $A_1A_2 = A_2A_3 = \ldots$,

$B_1B_2 = B_2B_3 = \ldots$ Но $(A_4B_4)^2 - (A_3B_3)^2 = 2250 - 850 = 1400$,

и $\frac{(A_3B_3)^2 - (A_1B_1)^2}{2} = \frac{850 - 450}{2} = 200$ => прямые пересекаются

$A_1O = ?$

Ŧ

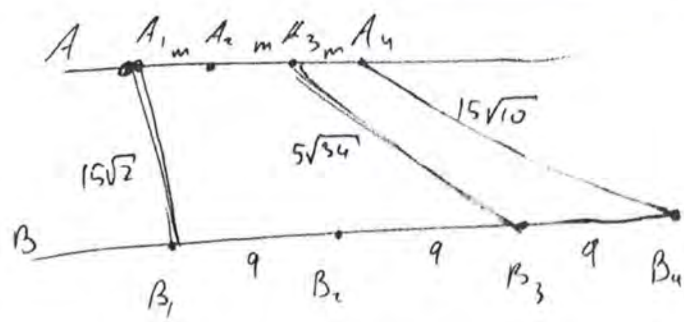
Олимпиада школьников «Надежда энергетики»

Вариант: 17111 ШИФР, НЕ ЗАПОЛНЯТЬ! ⇨ 2A 48-83

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

Продолж. №4

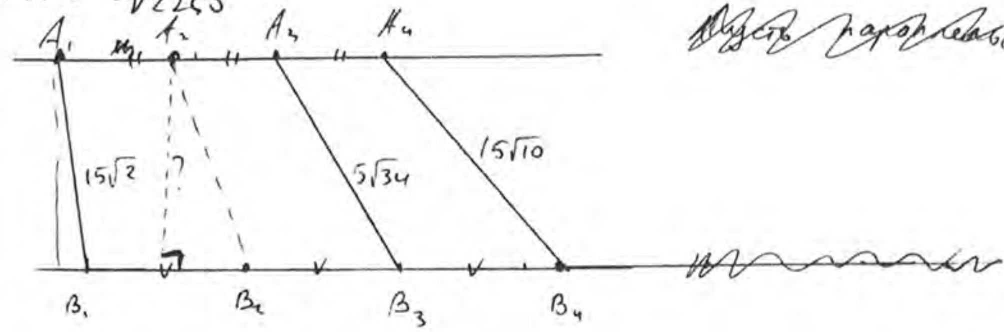
1)



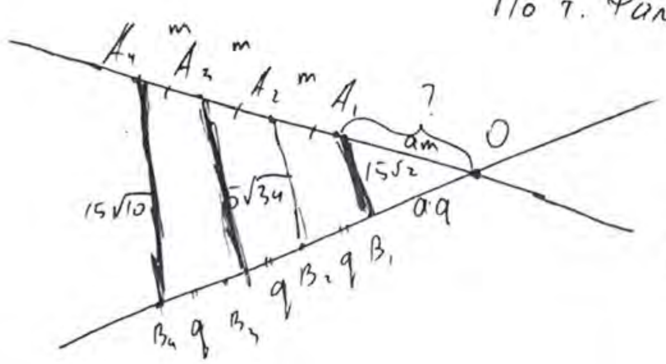
$15\sqrt{2}=\sqrt{225\cdot 2}=\sqrt{450}$

$5\sqrt{34}=\sqrt{850}$

$15\sqrt{10}=\sqrt{2250}$



~~Пусть параллельны.~~



По т. Фалеса, если $A_1A_2=A_2A_3=\dots$ и $B_1B_2=B_2B_3=\dots$, то прямые $A_1B_1, A_2B_2, \dots$ параллельны

Пусть пр. $A \cap B = O$

Тогда т.к. $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_4 \dots$, то $\frac{A_1O}{B_1O}=\frac{A_2A_1}{B_2B_1}=\frac{A_3A_2}{B_3B_2}=\frac{A_4A_3}{B_4B_3}=\frac{m}{9}$

Пусть $A_1O=a\cdot m$, $B_1O=a\cdot 9$. Тогда из подобия $\triangle A_4OB_4$, A_3OB_3 и A_1OB_1:

$\frac{A_1O}{A_3O}=\frac{B_1O}{B_3O}=\frac{A_1B_1}{A_3B_3} \Rightarrow \frac{am}{m(2+a)}=\frac{a\cdot 9}{9(2+a)}=\frac{15\sqrt{2}}{5\sqrt{34}} \Rightarrow \frac{a}{a+2}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{17}}=\frac{3}{\sqrt{17}}$

$\sqrt{17}a=3a+6 \Rightarrow a=\frac{6}{\sqrt{17}-3}=\frac{6(\sqrt{17}+3)}{17-9}=\frac{6\sqrt{17}+18}{8}=\frac{3\sqrt{17}+9}{4}$

Ответ: $\frac{3\sqrt{17}+9}{4}$

ВНИМАНИЕ! Проверяется только то, что записано с этой стороны листа в рамке справа

№5

$n > 2024$

$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$

Может ли $P_n(x)$ иметь 1 корень?

$a_{n-1} = a_n \cdot q$

$a_{n-2} = a_n q^2$

$\vdots$

$a_0 = a_n \cdot q^n$

$P_n(x) = a_n x^n + a_n q x^{n-1} + \ldots + a_n q^{n-1} x + a_n q^n$

$\frac{P_n(x)}{a_n} = x^n + q x^{n-1} + \ldots + q^{n-1} x + q^n$

$ax^3 + bx^2 + cx + d$

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -b \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = c \\ x_1 x_2 x_3 = -d \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -q \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + \ldots + x_{n-1} x_n = q^2 \\ \vdots \\ x_1 x_2 x_3 \ldots x_n = (\pm) q^n \end{cases}$

совместно ли?

Если бы был 1 корень, то $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = n \cdot x_1 = -q \Rightarrow$

$\Rightarrow q \vdots n$ (число корней). Но т.к. $x_1 x_2 \ldots x_n = x_1^n = q^n$, то в завис-ти от четности n

$\left[\begin{array}{l} q = x_1 \\ q = -x_1 \end{array}\right. \Rightarrow x_1 = \pm q$ и в то же время $x_1 = -\frac{q}{n} \Rightarrow$ такого не может быть $\Rightarrow$ корней > 1 (при $n > 2024$)

Но если корни равны $\pm q$, то есть 2 штуки, то для любого нечетного $n > 2024$ будет верна т. Виета.

Наим. $n = 2025$

Ответ: 2025

—
+